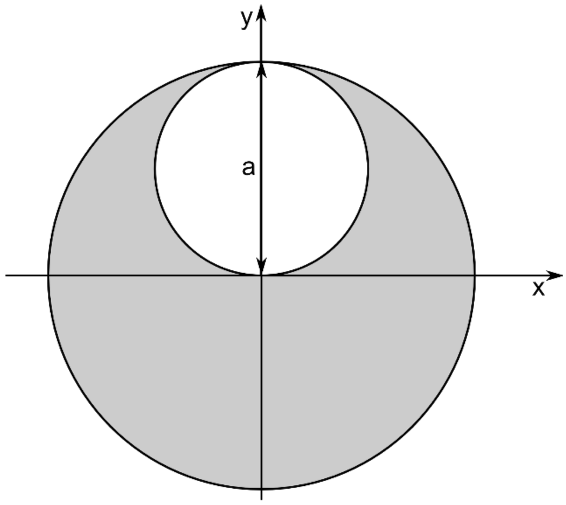
תאריך: 31.01.2020
שם המרצה: יבגני בר לב
שמות המתרגלים: יותם שרף ודניאל דהן
שם הקורס: פיסיקה 2ב מוגבר
מספר הקורס: 203-1-1721
סמסטר: 2020 א
חומר עזר: אין חומר עזר, מחשבון אסור
משך הבחינה: 3 שעות

1. נתון <u>גליל</u> אינסופי בעל רדיוס a, עם חור גלילי בעל רדיוס $a/2$ (ראו ציור). הגליל טעון בצורה אחידה בצפיפות מטען נפחית, ρ. מהו השדה החשמלי על ציר, y בתוך החור ?



א. $\vec{E} = \frac{\rho a}{4\varepsilon_0}\hat{y}$

ב. $\vec{E} = \frac{\rho a^2}{2\varepsilon_0}\frac{1}{y}\hat{y}$

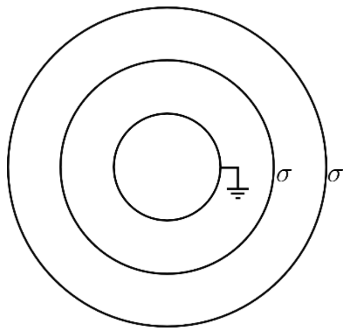
ג. $\vec{E} = \frac{\rho a^3}{4\varepsilon_0}\frac{1}{(y-a/2)^2}\hat{y}$

ד. $\vec{E} = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}(r-a)\hat{y}$

ה. $\vec{E} = \frac{\rho}{4\varepsilon_0 a}\left(r-\frac{a}{2}\right)^2\hat{y}$

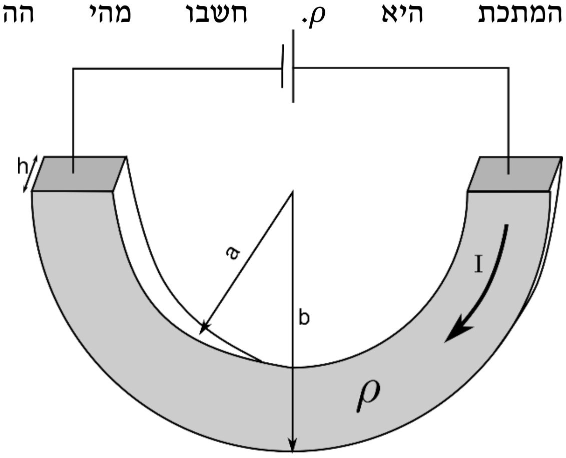
ו. $\vec{E} = 0$

2. נתונות שלוש קליפות מוליכות בעלות מרכז משותף שרדיוסן R, $2R$ ו-$3R$. הקליפה הפנימית מוארקת. לקליפה האמצעית והחיצונית, יש צפיפות מטען משטחית אחידה, σ. מהי צפיפות המטען המשטחית על הקליפה הפנימית המוארקת ?



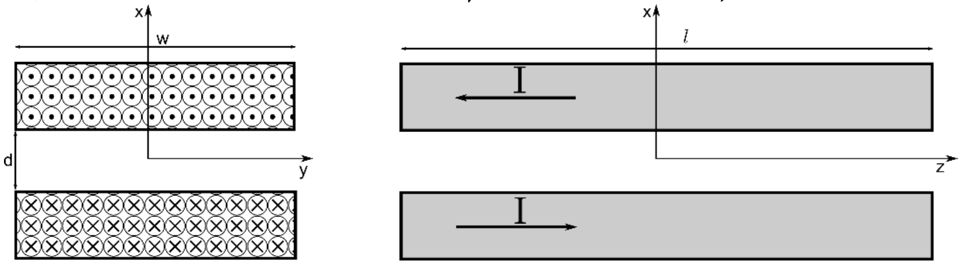
א. -5σ
ב. -2σ
ג. 0
ד. -13σ
ה. $-\sigma$
ו. $-\frac{5}{6}\sigma$

3. מוט מתכתי מלבני מכופף לצורת חצי-בייגלה, כך שרדיוס הכיפוף הפנימי הוא a ורדיוס הכיפוף החיצוני הוא b. המימדים של החתך המלבני הם, $(b-a)$ ו-h, ראו איור. ההתנגדות הסגולית של המתכת היא ρ. חשבו מהי ההתנגדות הכוללת של המתכת, R.



א. $R = \frac{\pi\rho}{h} ln^{-1}\frac{b}{a}$
ב. $R = \frac{\pi\rho b}{ha}$
ג. $R = \frac{\rho b}{ha}$
ד. $R = \frac{\rho(b-a)}{ha}$
ה. $R = \frac{\rho}{h} ln^{-1}\frac{b}{a}$
ו. $R = \frac{\pi\rho(b-a)}{ha}$

4. חשבו את ההשראות העצמית, L, של שני לוחות מוליכים דקים (הזניחו את העובי של הלוחות בחישוב) המופרדים מרחק d, אחד מהשני. הרוחב של הלוחות הוא w והאורך l. הזרם זורם לאורכו של לוח אחד וחוזר בלוח השני, ראו איור. (**רמז:** לצורך החישוב הניחו כי הלוחות אינסופיים).



א. $L = \mu_0 \frac{l \cdot d}{w}$

ב. $L = \mu_0 \frac{l \cdot w}{d}$

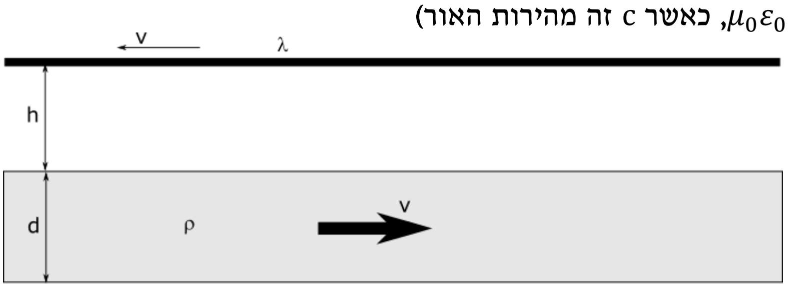
ג. $L = \mu_0 \frac{w \cdot d}{l}$

ד. $L = \mu_0 \frac{w^2}{d}$

ה. $L = \mu_0 \frac{l^2}{w}$

ו. $L = \mu_0 \frac{d^2}{l}$

5. משטח איסופי בעל עובי d טעון בצפיפות מטען אחידה ρ נע בכיוון החיובי של ציר x במהירות קבועה v. בגובה h מעל פני המשטח קיים חוט אינסופי הטעון בצפיפות מטען λ ליחידת אורך. החוט זז במהירות v בכיוון השלילי של ציר x . מהו הכוח ליחידת אורך של החוט שהמשטח מפעיל על החוט? (תזכורת: $\mu_0\varepsilon_0 = c^{-2}$, כאשר c זה מהירות האור)



א. $\frac{\lambda\rho d}{2\varepsilon_0}\left[1 + \left(\frac{v}{c}\right)^2\right]$

ב. $\frac{\lambda\rho d}{2\varepsilon_0}\left(\frac{v}{c}\right)^2$

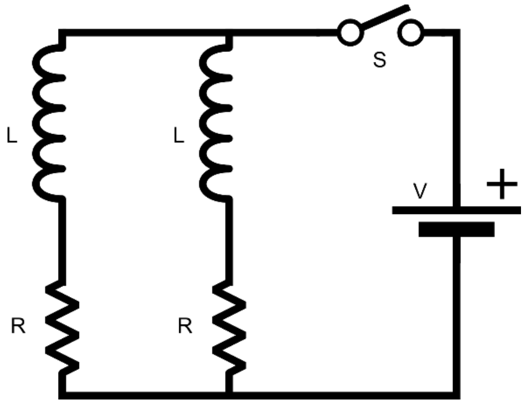
ג. $\frac{\lambda\rho d}{2\varepsilon_0}$

ד. $\frac{\lambda\rho \mathrm{h}}{2\varepsilon_0}$

ה. $\frac{\lambda\rho \mathrm{h}}{2\varepsilon_0}\left[1 + \left(\frac{v}{c}\right)^2\right]$

ו. $\frac{\lambda\rho \mathrm{h}}{2\varepsilon_0}\left(\frac{v}{c}\right)^2$

6. במעגל החשמלי המורכב מסוללה, שני סלילים בעלי השראות עצמית, L, ושני נגדים בעלי התנגדות, R (ראו איור), סוגרים את המפסק, S, ברגע $t = 0$. חשבו את הזרם היוצא מהסוללה במעגל ב-$t = 0$ וב-$t \to \infty$.



א. $I(t \to \infty) = 2V/R \qquad I(t = 0) = 0,$

ב. $I(t \to \infty) = V/(2R) \qquad I(t = 0) = 0,$

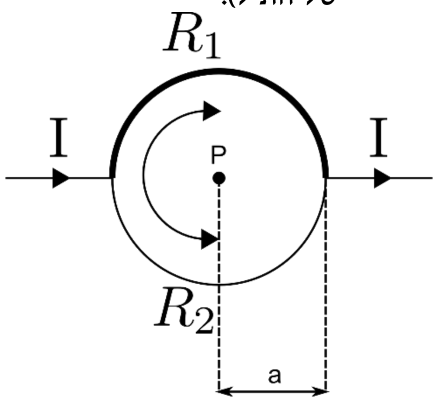
ג. $I(t \to \infty) = V/R \qquad I(t = 0) = 0,$

ד. $I(t \to \infty) = V/R \qquad I(t = 0) = V/R,$

ה. $I(t \to \infty) = V/R \qquad I(t = 0) = 2V/R,$

ו. $I(t \to \infty) = 2V/R \qquad I(t = 0) = V/R,$

7. נתון מעגל בעל רדיוס, a, המורכב משני מוליכים שונים. לחצי העליון של המעגל יש התנגדות R_1 ולחצי התחתון יש התנגדות, R_2. המעגל מחובר משני קצותיו לתיל ישר בו זורם זרם I. (ראו איור). מהו הגודל של השדה המגנטי המתקבל במרכז המעגל, P ? (אין צורך להתייחס לחלקים הישרים של התיל).



א. $B = \frac{\mu_0 I}{4a}\left|\frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2}\right|$

ב. $B = \frac{\mu_0 I}{2a}$

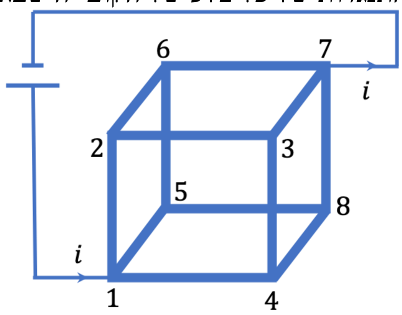
ג. $B = 0$

ד. $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

ה. $B = \frac{\mu_0 I}{4a}\left|\frac{R_1 + R_2}{R_1 - R_2}\right|$

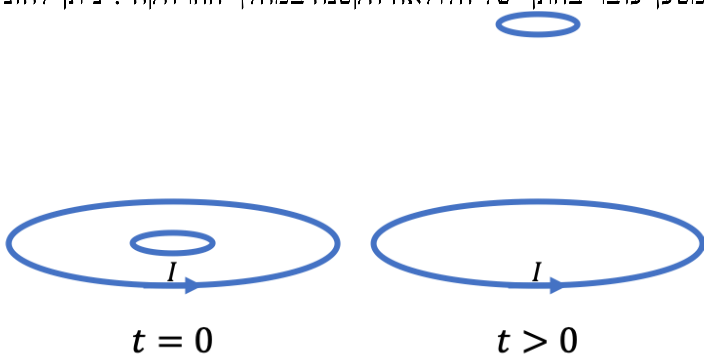
ו. $B = \frac{\mu_0 I}{2a}\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$

8. התנגדות של כל צלע של הקובייה שבאיור היא R. מהי ההתנגדות בין הנקודות 1 ו-7?



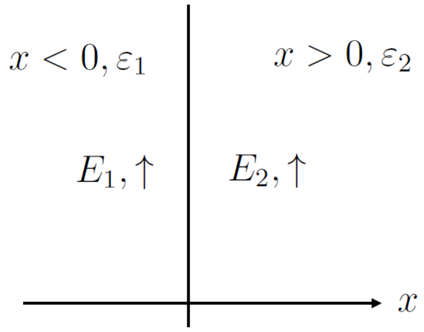
א. $5R/6$
ב. $2R/3$
ג. $4R/5$
ד. R
ה. $8R/9$
ו. $6R$

9. נתונות שתי לולאות מעגליות. רדיוס הלולאה הגדולה a ורדיוס הלולאה הקטנה b. $(a \gg b)$. בהתחלה שתי הלולאות באותו מישור ומשותפות מרכז, כפי שנראה באיור. בלולאה הגדולה זורם זרם קבוע I. והתנגדותה של הלולאה הקטנה היא R. מרחיקים את הלולאה הקטנה למרחק גדול מאוד מהגדולה. איזה מטען עובר בחתך של הלולאה הקטנה במהלך ההרחקה ? ניתן להזניח השראות עצמית.



א. $\frac{\pi\mu_0 I b^2}{2aR}$
ב. $\frac{\pi\mu_0 I b}{2R}$
ג. $\frac{\pi\mu_0 I a^2}{2bR}$
ד. $\frac{\pi\mu_0 I a}{2R}$
ה. 0
ו. $\frac{\pi\mu_0 I}{2R}$

10. חצי מרחב x > 0 מלא בחומר דיאלקטרי עם מקדם דיאלקטרי ε_1 ובו שורר שדה חשמלי E_1 אחיד בכיוון z. חצי מרחב x < 0 מלא בחומר דיאלקטרי עם מקדם דיאלקטרי ε_2 ובו שורר שדה חשמלי E_2 אחיד בכיוון z. מהו הקשר בין E_1 ו- E_2?



א. $E_1 = E_2$
ב. $\varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2$
ג. $E_1/\varepsilon_1 = E_2/\varepsilon_2$
ד. $E_1 = -E_2$
ה. אין קשר

Moed A - Solution

February 1, 2020

1. Using Gauss law the field inside the cylinder is
$$2\pi r h E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\pi r^2 h \qquad \vec{E} = \frac{\rho\vec{r}}{2\varepsilon_0}. \tag{1}$$
The hole contributes a field,
$$\vec{E}_{\text{hole}} = -\frac{\rho\left(\vec{r} - \frac{a}{2}\hat{y}\right)}{2\varepsilon_0}, \tag{2}$$
and the total field is therefore,
$$\vec{E} = \frac{\rho\vec{r}}{2\varepsilon_0} - \frac{\rho\left(\vec{r} - \frac{a}{2}\hat{y}\right)}{2\varepsilon_0} = \frac{\rho a}{4\varepsilon_0}\hat{y}, \tag{3}$$
in the entire hole (including the y-axis).

2. We need to potential to vanish on the inner shell, so
$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{4\pi R^2\sigma'}{R} + \frac{4\pi\left(2R\right)^2\sigma}{2R} + \frac{4\pi\left(3R\right)^2\sigma}{3R}\right) = 0, \tag{4}$$
which gives,
$$\sigma' = -2\sigma - 3\sigma = -5\sigma \tag{5}$$

3. The voltage is,
$$V = \int \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_0^{\pi} E r \mathrm{d}\theta = \pi r E, \tag{6}$$
such that
$$E = \frac{V}{\pi r}, \tag{7}$$
and using differential Ohm's law
$$J = \rho^{-1}E = \rho^{-1}V\frac{1}{\pi r}. \tag{8}$$
The current is given by,
$$I = \int \vec{J}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = h\int_a^b J\left(r\right)\mathrm{d}r = \frac{h\rho^{-1}V}{\pi}\ln\frac{b}{a}. \tag{9}$$
The resistance is defined,
$$R = \frac{V}{I} = \frac{\pi\rho}{h}\ln^{-1}\frac{b}{a}. \tag{10}$$

4. Using Ampére's law the magnetic field between the plates is

$$yB = \mu_0 \frac{I}{w} y \qquad \vec{B} = \mu_0 \frac{I}{w} \hat{y}, \tag{11}$$

and the flux is therefore

$$\Phi_B = l\, d\, B = \mu_0 \frac{l \cdot d}{w} I, \tag{12}$$

and the self-inductance is,

$$L = \frac{\Phi_B}{I} = \mu_0 \frac{l \cdot d}{w} \tag{13}$$

5. A moving volume charge density creates a a current density

$$J = \rho v, \tag{14}$$

and a magnetic field (using Ampére's law),

$$2lB = \mu_0 J dl \qquad B = \frac{\mu_0}{2} J d = \frac{\mu_0}{2} \rho v d. \tag{15}$$

The current in the moving line is

$$I = \lambda v, \tag{16}$$

and therefore the force-per-unit length is

$$\frac{F}{l} = IB = \lambda v \cdot \frac{\mu_0}{2} \rho v d = \frac{\lambda \rho d}{2} \mu_0 v^2, \tag{17}$$

and using $\mu_0 \varepsilon_0 = c^{-2}$ we can write it as,

$$\frac{F_{\text{mag}}}{l} = \frac{\lambda \rho d}{2} \mu_0 v^2 = \frac{\lambda \rho d}{2} \frac{\mu_0 \varepsilon_0}{\varepsilon_0} v^2 = \frac{\lambda \rho d}{2 \varepsilon_0} \left(\frac{v}{c} \right)^2. \tag{18}$$

But this is only the magnetic contribution. Since the bodies charged there is also an electric force. Using Gauss law, the electric field of the plane,

$$2AE = \frac{\rho}{\varepsilon_0} A d \qquad E = \frac{\rho d}{2 \varepsilon_0}, \tag{19}$$

and the electric force on the line per-unit-length

$$\frac{F_{\text{elec}}}{l} = \frac{\lambda \rho d}{2 \varepsilon_0}, \tag{20}$$

and therefore the total force per unit length is,

$$F = \frac{\lambda \rho d}{2 \varepsilon_0} \left[1 + \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right]. \tag{21}$$

6. At time zero the inductors act as $R \to \infty$ and therefore $I\,(t = 0) = 0$. At $t \to \infty$ the inductors "give up" and act as $R = 0$. The effective resistance of the two remaining resistors is $R_{\text{eff}} = R/2$ and therefore the current is $I = 2V/R$.

7. The current running trough R_1 and R_2 can be computed from,

$$I_1 R_1 = I_2 R_2 \qquad (22)$$
$$I = I_1 + I_2,$$

and therefore,

$$I_1 R_1 = (I - I_1) R_2$$
$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \qquad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I. \qquad (23)$$

The magnetic field of an arc can be computed using Biot-Savart

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{\mathrm{d}\theta a^2}{a^3} = \frac{\mu_0}{4a} I, \qquad (24)$$

and the magnetic fields of both arc need to be subtracted,

$$B = \frac{\mu_0}{4a} (I_1 - I_2) = \frac{\mu_0}{4a} \left| \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2} \right| I \qquad (25)$$

8. Due to symmetry the current in point 1 splits three equal part, $I/3$, and splits again to two parts, $I/6$, each at points 2,4 and 5. Again due to symmetry, the current on all branches coming into 7 is equal, $I/3$. Now we have all the currents. The voltage can be computed by walking on any path. For example, 1-4-3-7,

$$V = R\left(\frac{I}{3} + \frac{I}{6} + \frac{I}{3}\right) = \frac{5}{6} RI, \qquad R_{\text{eff}} = \frac{V}{I} = \frac{5}{6} R \qquad (26)$$

9. The current in the small loop flows due to Faraday's law of induction.

$$\mathcal{E} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t} \qquad I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t}, \qquad (27)$$

the charge which flows is,

$$Q = \int_0^\infty I \mathrm{d}t = \frac{1}{R}\int_0^\infty \frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t = \frac{1}{R}\left(\Phi_B(t \to \infty) - \Phi(t = 0)\right) = \frac{\Phi(t = 0)}{R}, \qquad (28)$$

since the flux is zero when the small loop is very far. The magnetic field inside the small loop at $t = 0$ can be computed by Biot-Savart,

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_0^{2\pi} \frac{\mathrm{d}\theta a^2}{a^3} = \frac{\mu_0}{2a} I, \qquad (29)$$

and since $a \gg b$,we can assume it is approximately constant in the small loop. So

$$\Phi_B(t = 0) = B\pi b^2 = \frac{\pi \mu_0 I b^2}{2a}, \qquad (30)$$

and therefore

$$Q = \frac{\pi \mu_0 I b^2}{2aR} \qquad (31)$$

10. Since the electric field is conservative making a rectangle which crosses both regions, we have

$$E_1 l - E_2 l = 0 \qquad E_1 = E_2. \qquad (32)$$

This can also be seen from a formula in the formula sheet. Electric field parallel to the interface is continuous.