אוניברסיטת בן-גוריון בנגב
Ben-Gurion University of the Negev

פיסיקה 2ב מוגבר, 20311721

מר דניאל דהן, מר יבגני בר לב, מר יותם שרף

תש"ף, סמסטר א', מועד ב', 21/02/2020

מספר נבחן ________________

משך הבחינה: שלוש שעות
ללא חומר עזר, מחשבון אסור בשימוש

בבחינה 10 שאלות, יש לענות על כולן. משקל השאלות זהה - 10 נקודות לשאלה.
בכל שאלה יש לסמן את התשובה הנכונה (אחת בלבד), באופן ברור, בדף התשובות בלבד. אם סימנת יותר מתשובה אחת - השאלה תיפסל!
יתקבלו תשובות שנכתבו על גבי דף התשובות בלבד. לא ייבדקו תשובות שלא ייכתבו בדף המיועד לכך.

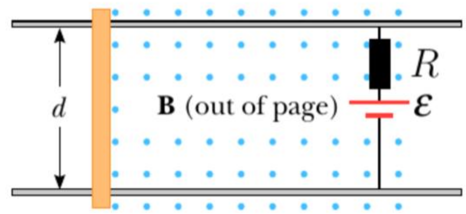
יש להחזיר את דף התשובות ביחד עם טופס הבחינה, אחרת הבחינה לא תיבדק.

נא לשים לב כי דף התשובות מוכן לטופס בחינה של 7 תשובות. בבחינה זו יש 6 תשובות לכל היותר.
יש להקפיד למלא את התשובות במקום הנכון!

בהצלחה!

<u>שאלה מספר 1:</u>

מוט עשוי מוליך מושלם שאורכו d ומסתו m יכול להחליק ללא חיכוך על שתי מסילות מקבילות העשויות מוליך מושלם. המסילות מחוברות חשמלית זו לזה דרך סוללה אשר מספקת כא"מ קבוע ε ונגד עם התנגדות R. שדה מגנטי אחיד B שורר בכל המרחב וכיוונו ניצב למישור האיור. אם משחררים את המוט ממצב מנוחה, לאיזו מהירות הוא יגיע? תזכורת $c^2 = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}$.



א. $v = \frac{\varepsilon}{Bd}$

ב. $v = \frac{1}{\varepsilon_0 R}$

ג. $v = 0$

ד. $v = \frac{R}{\mu_0}$

ה. $v = \frac{1}{c}\left(\frac{\varepsilon}{Bd}\right)^2$

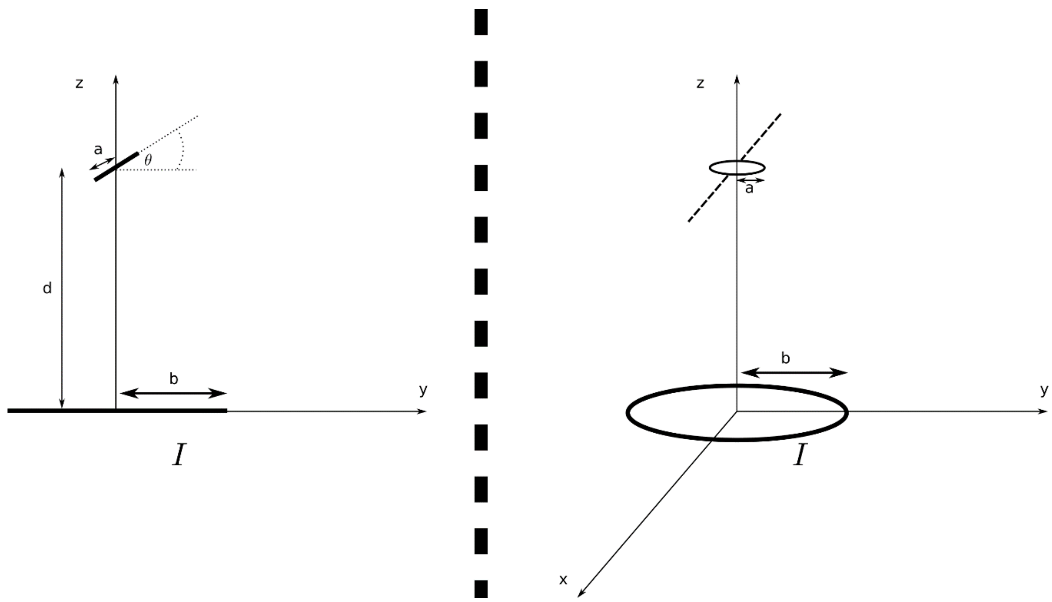
ו. המוט יאיץ באופן מתמיד.

<u>שאלה מספר 2:</u>

נתונה טבעת ברדיוס b ובה זרם תלוי בזמן $I(t)$ המונחת במישור xy (כלומר $z=0$), מניחים במרחק d מעל הטבעת התחתונה טבעת נוספת בעלת רדיוס a והתנגדות R, כך שמישור הטבעת נמצא בזויות θ ביחס למישור xy ראה איור משמאל (היטל במישור yz). הטבעת מקובעת במצב זה. מהו גודל מומנט הסיבוב M כפונקציה של הזמן הפועל על הטבעת העליונה? האם מומנט הסיבוב מנסה לסובב את הטבעת עם או נגד כיוון השעון(מנק' מבט שבאיור משמאל)? ניתן להזניח את ההשראות העצמית של הטבעת העליונה ולהניח שהשדה המגנטי בה אחיד.

<u>שים לב כי נתון:</u>

- $d \gg b \gg a$.
- $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$.
- $\frac{dI}{dt} > 0$.



א. $M = \frac{\mu_0^2\pi^2a^4b^4}{4d^6R}\cos\theta\sin\theta\, I\frac{dI}{dt}$, נגד כיוון השעון

ב. $M = \frac{\mu_0^2\pi^2a^4}{4b^2R}\cos\theta\sin\theta\, I\frac{dI}{dt}$, נגד כיוון השעון

ג. $M = \frac{\mu_0^2\pi^2a^4b^4}{4d^6R}\cos^2\theta\, I\frac{dI}{dt}$, עם כיוון השעון

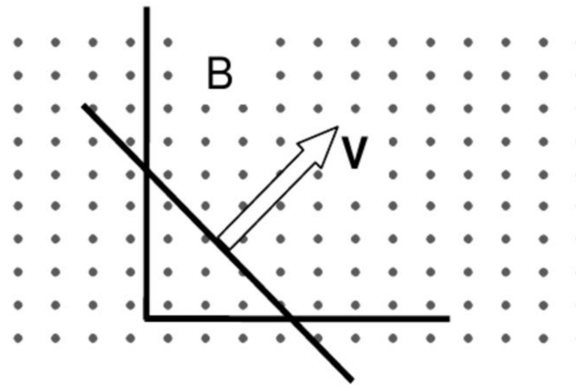
ד. $M = \frac{\mu_0^2\pi^2a^4b^4}{4d^2R}\sin^2\theta\, I\frac{dI}{dt}$, עם כיוון השעון

ה. $M = \frac{\mu_0^2\pi^2b^4}{4a^2R}\cos\theta\sin\theta\, I\frac{dI}{dt}$, תלוי בכיוון של $I(0)$

ו. $M = \frac{\mu_0^2\pi^2b^2}{4R}\cos\theta\sin\theta\, I\frac{dI}{dt}$, תלוי בכיוון של $I(0)$

<u>שאלה מספר 3:</u>

נתונה המערכת המתוארת בציור, הבנויה משלושה מוטות מוליכים; כל המערכת נמצאת בשדה מגנטי אחיד B הניצב למישור הדף (מסומן בנקודות). שני המוטות הינם סטטיים. מוט הנטוי בזווית $45°$ מחליק על המוטות הניצבים במהירות <u>קבועה V</u>, בכיוון המסומן בציור. ברגע $t = 0$ המוט מתלכד עם החיבור (הפינה) של המוטות הניצבים. ההתנגדות ליחידת אורך של המוטות היא קבועה וזהה לכל המוטות, וקיים מגע חשמלי בין המוט הנע והמוטות הסטטיים. מה התלות הזמנית של הזרם המושרה במוטות?



א. קבוע בזמן.

ב. $I(t) \sim \sqrt{t}$

ג. $I(t) \sim t^2$

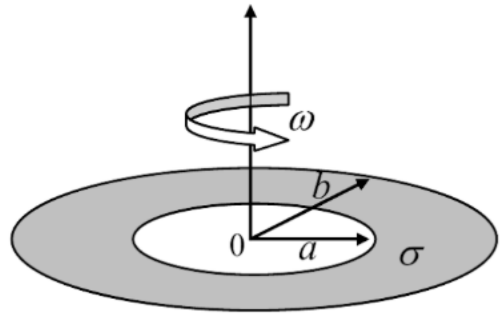
ד. $I(t) \sim \frac{1}{t}$

ה. $I(t) \sim t$

ו. $I(t) \sim \frac{1}{\sqrt{t}}$

<u>שאלה מספר 4:</u>

נתונה דסקה דקה כמתואר בתרשים, בעלת רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b. הדסקה טעונה בצפיפות מטען משטחית אחידה σ. מסובבים את הדסקה במהירות זוויתית קבועה ω, סביב ציר העובר במרכזה ובניצב למישורה.
מהו גודל השדה המגנטי שנוצר במרכז הדסקה?



א. $\frac{1}{2}\mu_0\sigma\omega(b-a)$

ב. 0

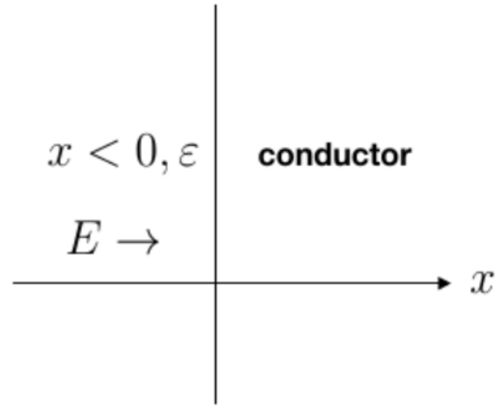
ג. $\frac{1}{2}\mu_0\sigma\omega\frac{b^2}{a}$

ד. $\frac{1}{4}\mu_0\sigma\omega\frac{(b-a)^2}{a}$

ה. $\frac{1}{2}\mu_0\sigma\omega\frac{a}{b^2}$

ו. $\frac{1}{2}\mu_0\sigma\omega\ln(b/a)$

<u>שאלה מספר 5:</u>
חצי מרחב $x < 0$ מלא בחומר דיאלקטרי עם מקדם דיאלקטרי ε ובו נמדד שדה חשמלי E אחיד בכיוון x. חצי מרחב $x > 0$ מלא במוליך מושלם. מהי צפיפות המטען המשטחית של המטען החופשי ב $x = 0$? (לא כולל מטען מושרה השייך לחומר הדיאלקטרי)



א. $-\varepsilon\varepsilon_0 E$

ב. 0

ג. $-\varepsilon\varepsilon_0$

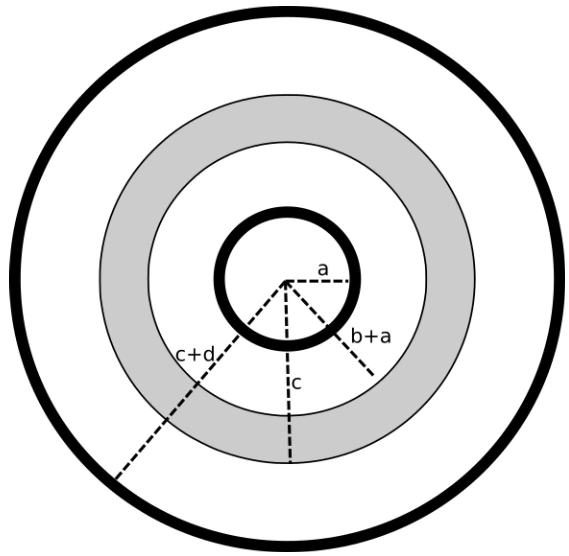
ד. $\varepsilon_0 E$

ה. E/ε_0

<u>שאלה מספר 6:</u>

נתון קבל גלילי ארוך הבנוי משני משטחים מתכתיים ברדיוסים $R_1 = a$ ו- $R_4 = c + d$, ביניהם מוצב מוליך גלילי עבה וחלול שהוא <u>אינו</u> טעון, רדיוסו הפנימי הוא $R_2 = a + b$ והחיצוני $R_3 = c$, מהו הקיבול ליחידת אורך (הכוונה לקיבול בין R_1 ל-R_4)? התרשים מראה <u>חתך רוחב</u> של הגלילים.

<u>הערה:</u> אורך הגלילים הוא ℓ ומתקיים הקשר $R_1 < R_2 < R_3 < R_4 \ll \ell$. בטא את תשובתך באמצעות הפרמטרים a, b, c, d.



א. $\frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(1+\frac{b}{a}\right)+\ln\left(1+\frac{d}{c}\right)}$

ב. $\frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(1-\frac{b}{a}\right)+\ln\left(1-\frac{c}{d}\right)}$

ג. $\frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{c+d}{a+b}\right)}$

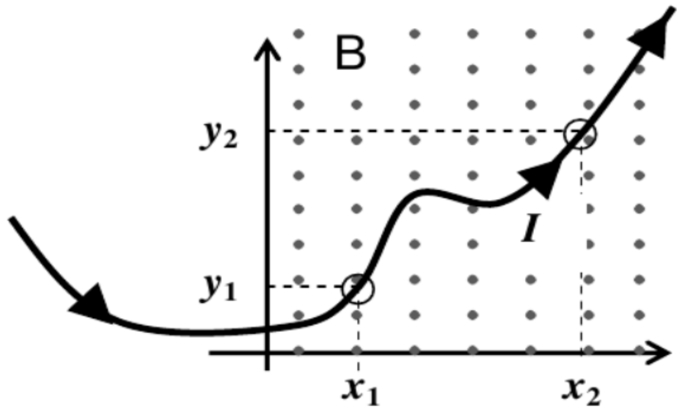
ד. $\frac{2\pi\varepsilon_0 \ln\left(1+\frac{b}{a}\right)\ln\left(1+\frac{d}{c}\right)}{\ln\left(1+\frac{b}{a}\right)+\ln\left(1+\frac{d}{c}\right)}$

ה. $\frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(1+\frac{b}{a}\right)}$

ו. $\frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(1+\frac{d}{c}\right)}$

<u>שאלה מספר 7:</u>

תיל מוליך הנושא זרם I עובר דרך הנקודה $\vec{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ ודרך הנקודה $\vec{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$. כיוון הזרם מצוין בתרשים. באזור שורר שדה מגנטי אחיד $\vec{B} = B_0\hat{z}$. האורך הכולל של התיל בין הנקודות $\vec{r}_1$ ו- $\vec{r}_2$ הוא ℓ אך צורתו המדויקת אינה נתונה. בתרשים מתואר <u>היטל</u> התיל במישור xy. מהו הכוח המגנטי השקול הפועל על קטע התיל שבין שתי הנקודות $\vec{r}_1$ ו- $\vec{r}_2$ בהשפעת השדה המגנטי $\vec{B}$?



א. $\vec{F} = IB_0(-(x_2 - x_1)\hat{y} + (y_2 - y_1)\hat{x})$

ב. $\vec{F} = I\ell B_0\left(\frac{(x_2-x_1)\hat{y}+(y_2-y_1)\hat{x}}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}}\right)$

ג. $\vec{F} = I\ell B_0\left(\frac{(z_2-z_1)\hat{z}}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}}\right)$

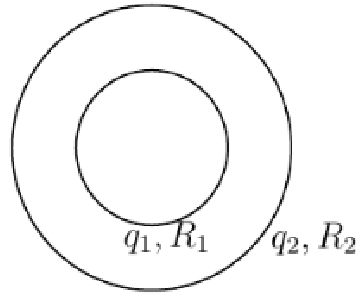
ד. $\vec{F} = 0$

ה. $\vec{F} = I\ell B_0\left(\frac{-(x_2-x_1)\hat{x}+(y_2-y_1)\hat{y}}{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}}\right)$

ו. אין אפשרות לקבוע את גודל הכוח וכיוונו כי צורתו המדויקת של התיל אינה נתונה.

שאלה מספר 8:

נתונות שתי קליפות כדוריות משותפות מרכז העשויות מוליך מושלם ובעלות רדיוסים R_1 ו- R_2, $R_2 > R_1$, בהתאמה. על הקליפות נמצאים מטענים q_1 ו-q_2, בהתאמה. מהי אנרגית המערכת?
$k = 1/4\pi\varepsilon_0$



א. $\frac{kq_1^2}{2R_1} + \frac{kq_2^2}{2R_2} + \frac{kq_1q_2}{R_2}$

ב. $\frac{kq_1^2}{R_1} + \frac{kq_2^2}{R_2}$

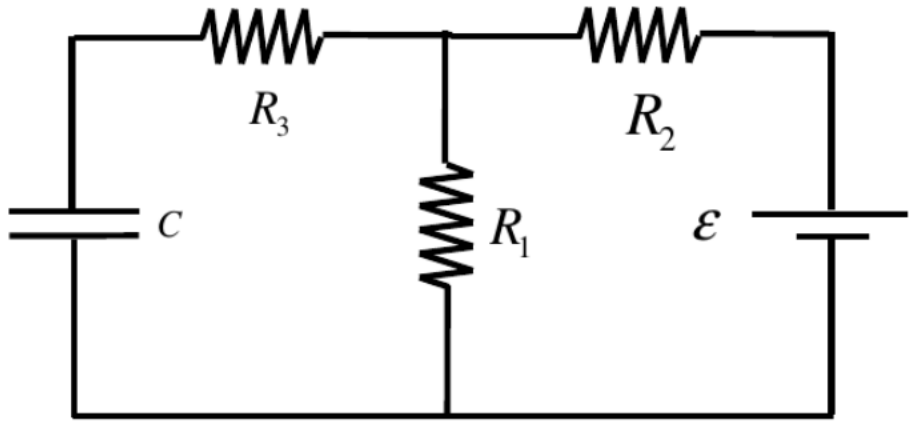
ג. $\frac{kq_1^2}{2R_1} + \frac{kq_2^2}{2R_2}$

ד. $\frac{kq_1^2}{R_1} - \frac{kq_2^2}{R_2}$

ה. $\frac{kq_1^2}{2R_1} + \frac{kq_2^2}{2R_2} + \frac{kq_1q_2}{R_1}$

<u>שאלה מספר 9:</u>

מעגל חשמלי מורכב ממקור מתח שהתנגדותו הפנימית זניחה, שלושה נגדים וקבל (ראה תרשים). בנוסף ידוע שמטען הקבל ברגע $t = 0$ הוא אפס. מהו הזרם העובר בנגד R_2 בזמן $t = 0$ ובזמן $t \to \infty$?



א. $i_{R_2}(0) = \frac{\varepsilon(R_1+R_3)}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$ $\qquad i_{R_2}(t \to \infty) = \frac{\varepsilon}{R_1+R_2}$

ב. $i_{R_2}(0) = \frac{\varepsilon(R_3+R_2)}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$ $\qquad i_{R_2}(t \to \infty) = \frac{\varepsilon}{R_1+R_2}$

ג. $i_{R_2}(0) = \frac{\varepsilon}{R_1+R_2+R_3}$ $\qquad i_{R_2}(t \to \infty) = \frac{\varepsilon}{R_1+R_2}$

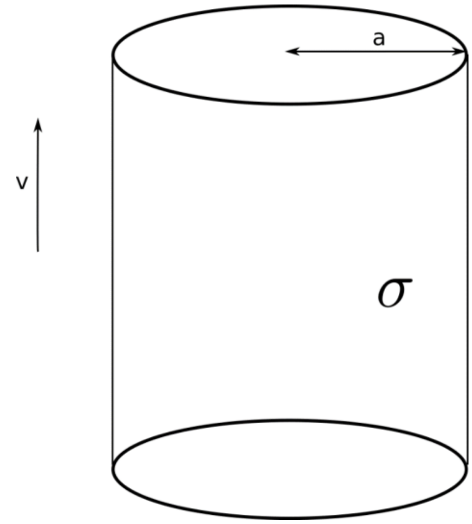
ד. $i_{R_2}(0) = \frac{\varepsilon R_1}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$ $\qquad i_{R_2}(t \to \infty) = \frac{\varepsilon}{R_1+R_2+R_3}$

ה. $i_{R_2}(0) = \frac{\varepsilon}{R_1+R_2+R_3}$ $\qquad i_{R_2}(t \to \infty) = \frac{\varepsilon}{R_1+R_2+R_3}$

ו. $i_{R_2}(0) = \frac{\varepsilon R_2}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$ $\qquad i_{R_2}(t \to \infty) = \frac{\varepsilon}{R_1+R_2+R_3}$

<u>שאלה מספר 10:</u>

קליפה גלילית דקה ברדיוס a ואינסופית באורכה, מבודדת וטעונה במטען משטחי σ. הקליפה נעה במהירות V המקבילה לציר הגליל. מצאו את המהירות V אם נתון שבנקודה r $(r > a)$ מציר הגליל נמדד שדה מגנטי B.



א. $V = \frac{rB}{\mu_0 a\sigma}$

ב. $V = \frac{aB}{\mu_0 r\sigma}$

ג. $V = 0$

ד. $V = \frac{\pi a^2 B}{\mu_0 r^2 \sigma}$

ה. $V = \frac{B}{\mu_0 \sigma}$

ו. חסר נתון.

--- סוף המבחן ---

Moed B - Solution

February 21, 2020

1. The current flowing in the moving bar results in a Lorentz force on the bar, which produces motion, and consequently a change in a magnetic flux. A change in the magnetic flux gives rise to an electromotive force (emf), which *opposes* this motion. Since this emf is proportional to the speed of the bar at some point it will cancel the emf of the battery and hence the current in the circuit. This will happen when,
$$\varepsilon = \int (v \times B) \cdot \mathrm{d}\vec{l} = vBL. \tag{1}$$
and therefore the maximal velocity is
$$v = \frac{\varepsilon}{BL} \tag{2}$$

2. Due to a changing flux the lower ring induces a current in the upper ring. We need to calculate the magnetic field at point $(0, 0, d)$ due to the lower ring. This can be done using Biot-Savart, as we did in class. In Cartesian coordinates
$$\begin{aligned} &\vec{r} = (0,0,d) \qquad \vec{r}' = b\left(\cos\phi, \sin\phi, 0\right) \qquad \vec{r} - \vec{r}' = \left(-b\cos\phi, -b\sin\phi, d\right), \\ &\mathrm{d}\vec{l} = b\mathrm{d}\phi\ \left(-\sin\phi, \cos\phi, 0\right) \end{aligned} \tag{3}$$
such that
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{\mathrm{d}\vec{l} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{\left(b^2 + d^2\right)^{3/2}} \int \mathrm{d}\vec{l} \times (\vec{r} - \vec{r}'), \tag{4}$$
and
$$\mathrm{d}\vec{l} \times (\vec{r} - \vec{r}') = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ -b\sin\phi & b\cos\phi & 0 \\ -b\cos\phi & -b\sin\phi & d \end{vmatrix}. \tag{5}$$
We know that due to symmetry only the $\hat{z}$ component contributes, so,
$$\left[\mathrm{d}\vec{l} \times (\vec{r} - \vec{r}')\right]_z = b^2, \tag{6}$$
and therefore,
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi b^2}{\left(b^2 + d^2\right)^{3/2}} \hat{z}. \tag{7}$$
Since $d \gg b$ we can neglect b in the denominator giving,
$$\vec{B} \approx \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\pi b^2}{d^3} \hat{z}. \tag{8}$$

A faster route to get to this result would be to realize that the lower ring is a magnetic dipole, and therefore

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{m_{big}}{d^3}\hat{z} \qquad m = I\pi b^2. \tag{9}$$

The flux through the small ring is therefore,

$$\Phi = \vec{B}\cdot\vec{A} = B\left(\pi a^2\right)\cos\theta = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I\pi b^2}{d^3}\left(\pi a^2\right)\cos\theta \tag{10}$$

The current induced in the small ring is,

$$I_{\text{ind}} = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\pi b^2}{Rd^3}\left(\pi a^2\right)\cos\theta\frac{dI}{dt}, \tag{11}$$

giving a magnetic dipole moment of

$$m_{\text{small}} = I_{\text{ind}}\left(\pi a^2\right) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\pi b^2}{Rd^3}\left(\pi a^2\right)^2\cos\theta\frac{dI}{dt}, \tag{12}$$

and therefore finally the torque is,

$$M = m_{\text{small}} \times B = \frac{\pi^2\mu_0^2 b^4 a^4}{4Rd^6}\sin\theta\cos\theta I\frac{dI}{dt}. \tag{13}$$

Since,

$$I\frac{dI}{dt} > 0, \tag{14}$$

nothing depends on the direction of I. The torque is trying to rotate the ring *counter* clockwise, as can be seen using Lentz law.

3. The height and the sides of the triangle grow as t, so that the area of the triangle, and hence the flux throw it, grow as t^2. The induced emf therefore therefore grows as t (time-derivative of the flux). But since the resistance is proportional to the length of all sides, which also grows as t, overall the current in the triangle is constant over time.

4. The surface current density is given by,

$$J_\sigma = \sigma v, \tag{15}$$

where $v = \omega r$ is the radial velocity. Using Biot-Savart the contribution of a thin ring at radius r is,

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}dI\frac{2\pi r}{r^2} = \frac{\mu_0}{2}\frac{dI}{r}, \tag{16}$$

and $dI = J_\sigma dr = \sigma\omega r dr$ therefore

$$B = \int_a^b \frac{\mu_0}{2}\frac{\sigma\omega r dr}{r} = \frac{1}{2}\mu_0\sigma\omega\left(b-a\right) \tag{17}$$

5. The electric field in the conductor is zero, therefore using Gauss law for dielectrics (since we are asked not to account for the induced charge on the dielectric)

$$\int \varepsilon\vec{E}\cdot d\vec{A} = -\epsilon E A = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}A, \tag{18}$$

therefore

$$\sigma = -\varepsilon_0\varepsilon E \tag{19}$$

6. We assume a charge Q on the inner shell and $-Q$ on the outer shell. Using Gauss law we can calculate the electric field outside of a charged cylinder,

$$2\pi r h E = h\left(Q/l\right)/\varepsilon_0, \tag{20}$$

therefore

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}\left(\frac{Q}{l}\right) \tag{21}$$

Since there is no electric field inside a conductor and it is not charged, the voltage on the capacitor is given by,

$$\begin{aligned} V &= \int_a^{c+d} E dr = \int_a^{b+a} E dr + \int_c^{c+d} E dr \\ &= \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{l}\right)\left[\ln\frac{b+a}{a} + \ln\frac{c+d}{c}\right], \end{aligned} \tag{22}$$

and therefore the capacitance per unit length is,

$$\frac{C}{l} = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{b+a}{a} + \ln\frac{c+d}{c}} \tag{23}$$

7. The force on a current line is given by,

$$\vec{F} = I\int \mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}, \tag{24}$$

since B is constant we have

$$\vec{F} = I\vec{L}\times\vec{B}, \qquad \vec{L} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1, \tag{25}$$

so

$$\begin{aligned} \vec{F} = I\vec{L}\times\vec{B} &= \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ 0 & 0 & B_0 \end{vmatrix} \\ &= IB_0\left[\hat{x}\left(y_2 - y_1\right) - \hat{y}\left(x_2 - x_1\right)\right] \end{aligned} \tag{26}$$

8. The total electric potential at R_1 is

$$\phi\left(R_1\right) = \frac{kQ_1}{R_1} + \frac{kQ_2}{R_2} \tag{27}$$

and at R_2 is

$$\phi\left(R_2\right) = \frac{kQ_1}{R_2} + \frac{kQ_2}{R_2}, \tag{28}$$

therefore the electric potential energy is

$$U = \frac{1}{2}\left[Q_1\phi\left(R_1\right) + Q_2\phi\left(R_2\right)\right] = \frac{kQ_1^2}{2R_1} + \frac{kQ_2^2}{2R_2} + \frac{kQ_1Q_2}{R_2} \tag{29}$$

9. At time zero the voltage on the capacitor is zero. The effective resistance of R_1 and R_3 is $R'_{eff} = R_1 R_3 / (R_1 + R_3)$ and the total effective resistance is

$$R_{\text{eff}} = R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}{R_1 + R_3}, \tag{30}$$

therefor the current through R_2 is

$$I_{R_2}(0 = \frac{\varepsilon}{R_{eff}} = \frac{\varepsilon (R_1 + R_3)}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}. \tag{31}$$

At infinite time the capacitor disconnects R_3 from the circuit, and the current is just

$$I_{R_2}(t \to \infty) = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2} \tag{32}$$

10. The surface current density is

$$J_\sigma = \sigma v, \tag{33}$$

and the current is

$$I = J_\sigma (2\pi a) = 2\pi a \sigma v. \tag{34}$$

Using Ampere's law,

$$2\pi r B = \mu_0 I = \mu_0 2\pi a \sigma v \tag{35}$$

and therefore the velocity is

$$v = \frac{rB}{\mu_0 a \sigma} \tag{36}$$