שם הניסוי: אינטרפרומטריה וספקטרומטריה

1. מטרת הניסוי:

- הכרת שיטות למדידת אורכי גל ומקדמי שבירה באמצעות האינטרפרומטר של מיכלסון ושל פברי - פרו.
- הכרת ספקטרומטר סריג ושימושו לאפיון מקורות אור.

ספרות: Optics , Hecht

Jekins and White

2. תיאוריה

2.1 האופי של גלי האור

בלימוד תופעות ההחזרה והשבירה של האור ניתן היה להשתמש בתמונה של קרני אור כקווים ישרים, אך תופעות ההתאבכות והעקיפה לא ניתנות להסבר אלא על פי האופי הגלי של האור. בכדי לעמוד מקרוב על תופעת ההתאבכות (Interference), נסקור בקצרה מושגים יסודיים בתורה הגלית. גלי האור הם גלים רוחביים המורכבים מתנודות, של שדה חשמלי ומגנטי, בניצב לכוון התקדמות הגל.

נסמן את האמפליטודה של הגל ב-A , זמן המחזור ב-T, התדירות של התנועות ב-f , אורך הגל ב- λ וזווית המופע ההתחלתית ב ϕ.

מהירות הגל היא:
$$V = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \qquad (1)$$

התדירות הזוויתית :
$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \qquad (2)$$

פונקצית הסינוס יכולה לתאר תנועה גלית מסוימת ונעסוק בתנועה כזו :
$$y = A\cdot\sin\left(2\pi\cdot\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)+\phi\right) \qquad (3)$$

עבור t קבוע (למשל t = 0) , לפונקצית הגל y יש אותו ערך ב- x וב- $x+\lambda$.

עבור x קבוע (למשל $x = 0$) לפונקצית הגל y יש אותו ערך בזמן t ובזמן T + t.

נגדיר $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ מספר הגל, ונציב בפונקציה ונקבל :

$$y = A\cdot\sin\left(kx - \omega t + \phi\right) \qquad (4)$$

זהו גל מונוכרומטי, כלומר גל <u>בעל אורך גל יחיד</u>.

<u>2.2 פאזת הגל והדרך האופטית</u>

<u>הפאזה :</u>

פאזה היא כינוי לארגומנט של הסינוס ; במחזור שלם הפאזה גדלה ב - 2π. במציאות לא ניתן לקבוע את הפאזה של הגל אולם ניתן למדוד את השינויים בפאזת הגל בין שתי נקודות. ההבדל בפאזת הגל בין 2 נקודות X_1 ו - X_2 לאורך קו תנועתו של הגל, הוא :

$$\delta = k\left(X_2 - X_1\right) = \frac{2\pi}{\lambda}\left(X_2 - X_1\right) \qquad (5)$$

$d = X_2 - X_1$ נקרא הפרש הדרכים האופטיות, והוא גודל מעניין במקרה של גלים הנפגשים בנקודה מסוימת. הבדל הדרכים בין שני גלים יוצר הבדלי פאזה ביניהם כפי שניתן להיווכח מביטוי (5).

<u>הדרך האופטית :</u>

בחישובי הבדלי פאזה בגלי אור הנעים בתווך מסוים עלינו להתחשב בדרך האופטית שהיא מוגדרת כ - $n\cdot d$ כאשר d הינה הדרך אותה עוברת הקרן ו - n מקדם השבירה של התווך. כלומר היחס בין מהירות האור בריק C למהירות האור בתווך האמור, הינו : $n = \frac{c}{V}$

במעבר גל מתווך אחד לשני, התדירות של הגל אינה משתנה (אופיינית למקור) אולם המהירות כן משתנה ולכן גם אורך הגל שלו משתנה.

2.3 חזית גל

זהו משטח שעליו פאזת הגל שווה. בהחזרה של אלומת אור חל שינוי פאזה של π בין הגל המוחזר לגל הפוגע; מן הניסוי אנו יודעים ששינוי פאזה כזה קורה כאשר האור מוחזר מעל פני תווך בעל "צפיפות אופטית" גדולה יותר, כלומר, שבו מהירות האור קטנה מזו שיש לאור בתווך שחלה בו החזרה. למשל, אור הנע בזווית והפוגע במראה, הוא מוחזר עם שינוי פזה של π מזו של האור הפוגע.

2.4 עיקרון הסופרפוזיציה

כאשר שני גלים נפגשים פונקציית הגל השקולה בנקודת המפגש היא סכום הפונקציות של הגלים. לאחר נקודת המפגש ממשיכים הגלים להתפשט כל אחד בנפרד ללא כל שינוי ואין גל אחד גורם לשינוי בגל שני. התנועה של שני גלים היא בלתי תלויה אחד בשני (ניתן להיווכח בעקרון זה על-ידי הצלבת 2 אלומות אור, למשל משני פנסי כיס).

2.5 עוצמת האור במקרה של התאבכות גלים

נדון במקרה של שני גלים הנפגשים בנקודה קבועה:

$$Y_1 = A_1 \sin\left(\omega t - \phi_1\right) \qquad (6)$$

$$Y_2 = A_2 \sin\left(\omega t - \phi_2\right)$$

(kx לא מופיע מכיוון שמדובר בנקודה קבועה ולכן kx קבוע ומתחבר לזוית המופע ההתחלתית)

לפי עקרון הסופרפוזיציה: $Y = Y_1 + Y_2$

כאשר Y הגל השקול בנקודה שבה 2 הגלים נפגשים.

$$Y = A_1 \sin\left(\omega t - \phi_1\right) + A_2 \sin\left(\omega t - \phi_2\right) \qquad (7)$$

לאחר פיתוח (מובא בנספח 1) ניתן לקבל:

$$A^2 = A_1{}^2 + A_2{}^2 + 2A_1A_2 \cos\left(\phi_1 - \phi_2\right) \qquad (8)$$

ממשוואה (8) נראה שעוצמת האור אינה קבועה, היא תלויה בהבדל הפאזות $\delta = \phi_1 - \phi_2$, ולמעשה בהבדלי הדרכים האופטיות שבין הגלים.

מכיוון ש עוצמת האור פרופורציונית לריבוע האמפליטודה: $I \propto A^2$

במקרה ש: $A_1 = A_2 = A$ נקבל בנקודות המפגש:

$$I \propto A^2 = 2A^2\left(1 + \cos\delta\right) = 4 \cdot A^2 \cos^2\frac{\delta}{2} \qquad (9)$$

אם $\delta = 0, 2\pi, 4\pi, ...$ נקבל התעצמות של האור. עוצמת האור במקרה זה היא ארבע פעמים עוצמת אור של גל אחד !

לגבי $\delta = \pi, 3\pi, 6\pi$ נקבל התאפסות של האמפליטודה השקולה. (שתי פונקציות הגל שוות בגודלן ושונות בסימניהן) עוצמת אור בנקודה זו היא אפס, על אף שלכל גל אמפליטודה שונה מאפס. בנקודת המפגש יהיה חושך!

שינויים כאלה בעצמת האור המתקבלים על ידי הסופרפוזיציה של גלים נקראים: <u>התאבכות</u>. תופעה זו היא ביסודה של התורה הגלית של האור.

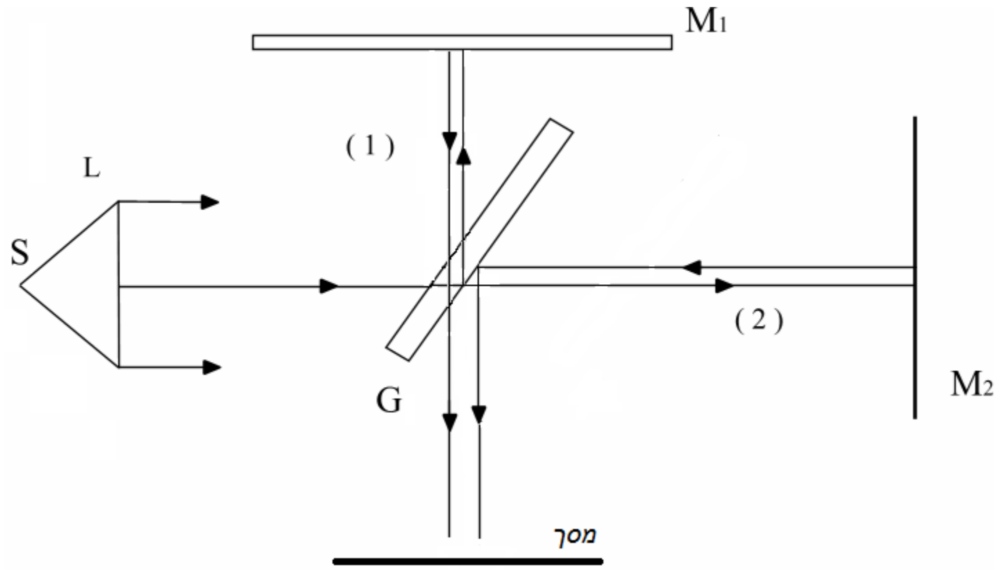
- חשוב מה היה אופי ההתאבכות לו $A_1 \neq A_2$?

<u>2.6 מקורות אור קוהרנטיים</u>

תופעת ההתאבכות התגלתה רק לפני כ - 200 שנה (ב- 1800 ע״י הפיסיקאי Young) המעניין בדבר הוא שלא נקבל פסי התאבכות משני מקורות אור שונים. (להוציא את הלייזר) על-מנת להבין זאת באופן איכותי עלינו לדעת שבמקור אור מתחוללים כל הזמן שינויים פתאומיים של הפאזה, כי האור נוצר מפליטות אטומים אקראיות בלא קשר של אחת לרעותה. כך שהתאבכות הורסת בזמן רגעי מסוים תהפוך לבונה ברגע שני, ובממוצע לא נראה אלא כתם אור אחד. אך אם שתי האלומות נובעות מאותו מקור שינויים בפאזה קוראים סימולטנית בשתי האלומות כך שהפרש הפאזה בנקודת ההתאבכות נשאר קבוע. מקורות אור שלהם התכונה הזאת נקראים קוהרנטיים.

<u>3 . תיאור האינטרפרומטר של מיכלסון</u>

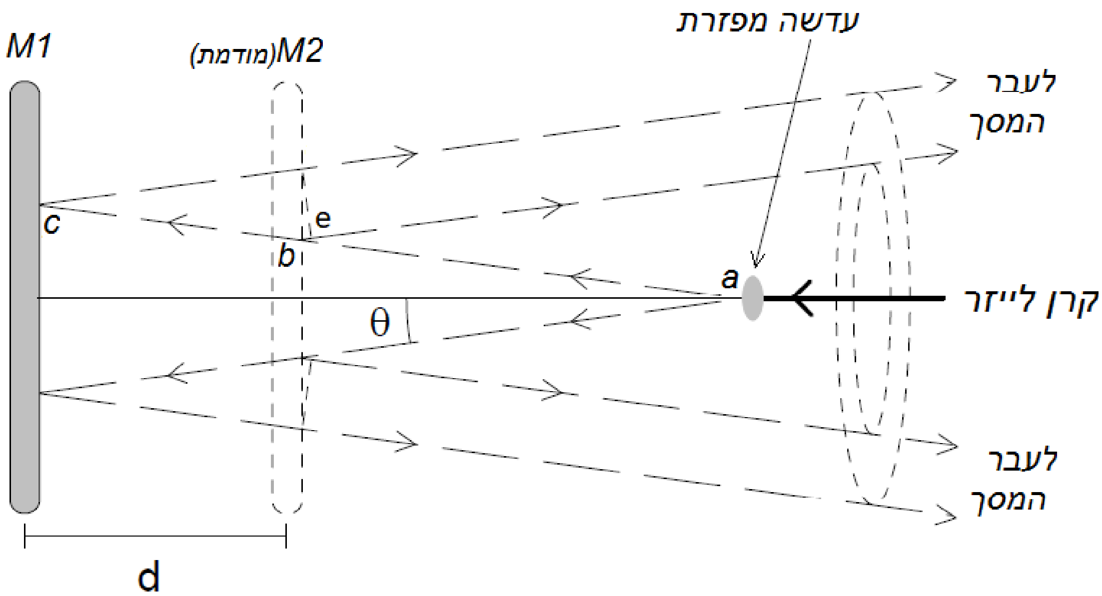
האינטרפרומטר מבוסס על <u>חלוקה של האמפליטודה</u> של האלומה המקורית לשני קרניים נפרדות. אלומה שמקורה ב - S (איור 2) עוברת דרך לוח זכוכית G נשברת בצד הפנימי של G ומתפצלת לשניים. קרן (1) ממשיכה לכיוון המראה M_1 ומוחזרת ממנה . קרן (2) ממשיכה לכיוון M_2 מוחזרת לכיוון G ונשברת לכיוון המסך (כמובן שחלק מהקרן חוזר לכיוון S). את המראה M_2 ניתן להזיז אחורה וקדימה ולסובב בכוונים שונים.



איור 2: מהלך הקרניים באינטרפרומטר מיכלסון

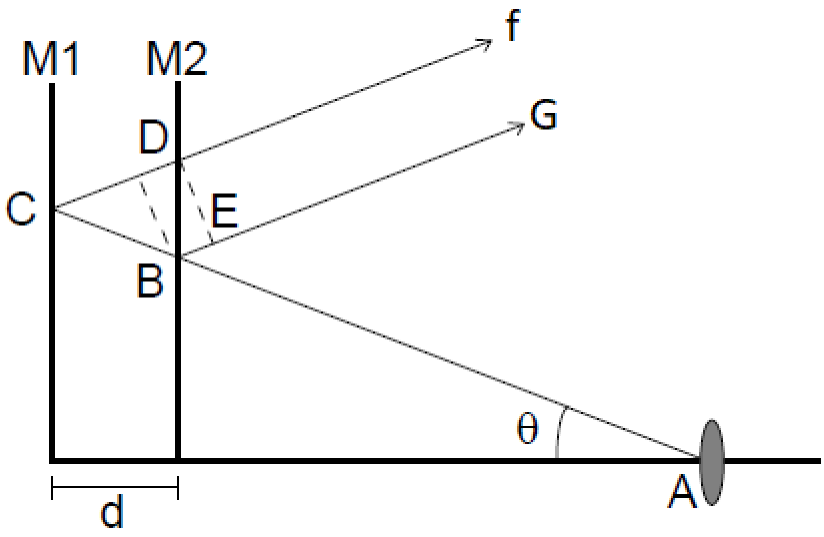
בניסוי נשתמש בעדשה כך שאלומת האור תתפשט בזוויות רחבה (בצורת קונוס) בתוך המערכת וכאשר שתי המראות יהיו נצבות זו לזו וניצבות לצירים האופטיים נקבל טבעות התאבכות על המסך, כמובן שחייבים להשתמש באור מונוכרומאטי.

לצורך מציאת ההפרשים בדרכים האופטיות בין שתי הקרניים נדמה את המראה M_2 ואת מקור האור (S) לאותו ציר אופטי של M_1 והמסך (כלומר לצורך ההמחשה "נסובב" אותם ב90 מעלות כך שהכל יוצג על אותו הציר, כמוראה באיור 3), d הוא המרחק היחסי בין המראות .



איור 3: תיאור סכמתי של מהלך הקרניים על ציר אחד

באיור **3ב** אנו מתמקדים בקרן בודדת שעוברת פיצול, חלק מגיע למראה M1 וחלק שני למראה M2, מהמראות הקרניים מוחזרות אל המסך. הפרש הדרכים האופטיות בין 2 קרניים מוחזרות הוא $\overline{BC}+\overline{CD}-\overline{BE}$ (שאר הדרך האופטית זהה לשני הקרניים)
.



איור 3ב: תאור סכמתי של מהלך קרן המתפצלת באינטפרומטר

משיקולים גאומטריים ניתן לקבל ביטוי עבור הפרשי הדרכים האופטיות (p):

$$p=\overline{BC}+\overline{CD}-\overline{BE}$$

(14)

ומכיוון ש:
$$\overline{CD}-\overline{BE}=\overline{BC}\cos(2\vartheta)$$

ע״י פיתוח מתקבל:

$$p=\overline{BC}\;\;(1+\cos(2\vartheta))$$
$$p=\overline{BC}(2\cos^2(\vartheta))$$
$$p=2d\cos\;\;(\vartheta)$$

כאמור, כאשר הפרש הדרכים האופטיות יהיה שווה למספר שלם של אורכי גל:

$$2d\cos\theta=m\lambda \qquad (10)$$

נקבל התאבכות בונה

אם הפרש הדרכים בין הקרניים תהיה - $m\lambda+\dfrac{\lambda}{2}$ נקבל התאבכות הורסת.

3.1 מדידת אורך הגל של אור מונוכרומטי על ידי מכשיר מיכלסון

כאשר המראה M_2 מוזזת פנימה d קטן, ולפי הביטוי ב- (10) $\cos\theta$ צריך לגדול כדי לקיים התאבכות בונה, לכן θ קטן והפס נראה כאילו הוא "נכנס" פנימה.

אם נזיז את אחת המראות מרחק ידוע ונספור את מספר הפסים העוברים נקודה מסוימת על המסך כתוצאה מכך (כלומר עבור זווית קבועה), נוכל לחשב את אורך הגל. כאשר הפס m_1 עבר בנקודה, מקוים התנאי: $2d_1 = m_1\lambda$ ולאחר שהפס מסדר m_2 יגיע לנקודה נקבל את התנאי: $2d_2 = m_2\lambda$

ומכאן שכאשר $\cos\theta = 0$:

$$d_1 - d_2 = \left(m_1 - m_2\right)\frac{\lambda}{2} \qquad (11)$$

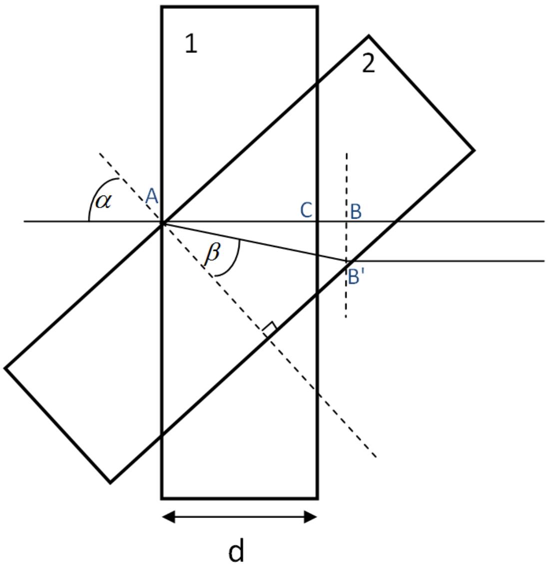
לכן כל שינוי בהפרש הדרכים בין המראות M_1 ו- M_2 ב- $\frac{\lambda}{2}$ מביא פס אחד למקומו של הפס שלידו.

3.2 מדידת מקדם שבירה באמצעות האינטרפרומטר של מיכלסון

כפי שראינו, תמונת ההתאבכות תלויה בהפרש הדרכים האופטיות בין שתי הקרניים.

במידה ומציבים לוח בעל עובי d ומקדם שבירה n בדרכה של אחת הקרניים, שינוי הזווית שבה מונח הלוח משנה את אורך הדרך שעוברת הקרן בלוח.

מאיור 4 ניתן לראות שהפרש הדרכים האופטיות בין מעבר הקרן דרך לוח הניצב לקרן (1) לבין מעבר דרך לוח המונח בזווית α ביחס לניצב לקרן (2) הוא :



איור 4 : הפרש דרכים הנוצר עקב שינוי זווית הלוח

$$\Delta = n\cdot \overline{AB'} - (n\cdot \overline{AC} + \overline{CB}) = \frac{nd}{\cos(\beta)} - \left(nd + d\left(\frac{\cos(\alpha-\beta)}{\cos(\beta)} - 1\right)\right) \qquad (12)$$

ובאמצעות פיתוח ושימוש בחוק סנל $\sin(\alpha) = n\cdot\sin(\beta)$ ניתן להגיע לנוסחה מקורבת :

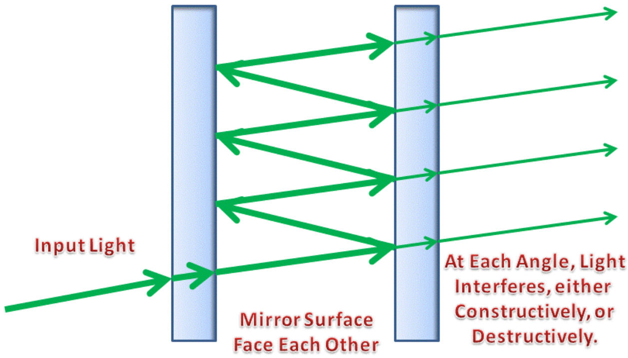
$$\Delta \approx \frac{\alpha^2 d}{2}\cdot\frac{n-1}{n} \qquad (13)$$

4. <u>האינטרפרומטר של פברי – פרו</u>

האינטרפרומטר של פברי פרו הוא מכשיר שמשתמש במספר רב של החזרות אור לצורך הפרדה בין אורכי גל שונים. התנאי להיתאבכות בונה במכשיר זה הוא מאוד חד כך שניתן להשיג רזולוציה גבוהה יותר מאשר באינטרפרומטר של מיכלסון.

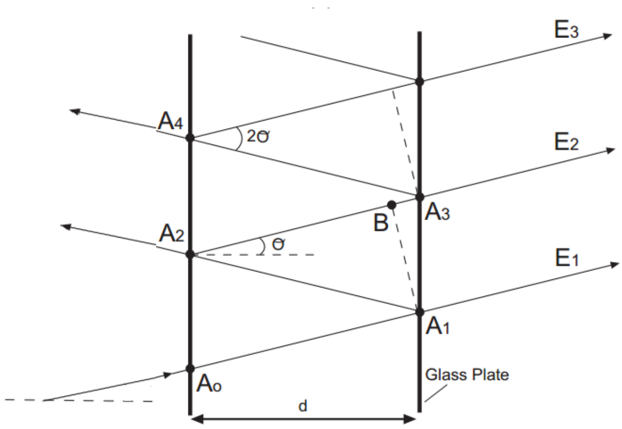
האינטרפרומטר מורכב משני משטחים בעלי החזרה גבוהה אשר מקבילים אחד לשני ומופרדים ברווח קטן.

נניח שקרן אור מונוכרומטית נכנסת בזווית לתוך האינטרפרומטר (איור 5) בכל פגיעה במשטח המחזיר רוב הקרן מוחזרת ממשטח לעבר המשטח השני אך חלק קטן יוצא מהמכשיר, כך מתקבלות מספר רב של קרניים מקבילות ועם הבדלי אמפליטודה ופאזה ביניהם.



איור 5 : מבנה המהוד באינטפרומטר פברי-פרו

4.1 חישוב הפרש הפאזה בין קרניים סמוכות



איור 6 : מהלך הקרניים באינטפרומטר פברי-פרו

נניח שקרן נכנסת למכשיר בזווית ϑ (איור 6) והמרווח בין המשטחים הוא d,

הפרש הדרכים בין קרן E_1 לקרן E_2 הוא :

$$p = 2d\cos(\vartheta) \qquad (14)$$

(הפיתוח זהה לפיתוח שנעשה באינטפרומטר של מייקלסון)

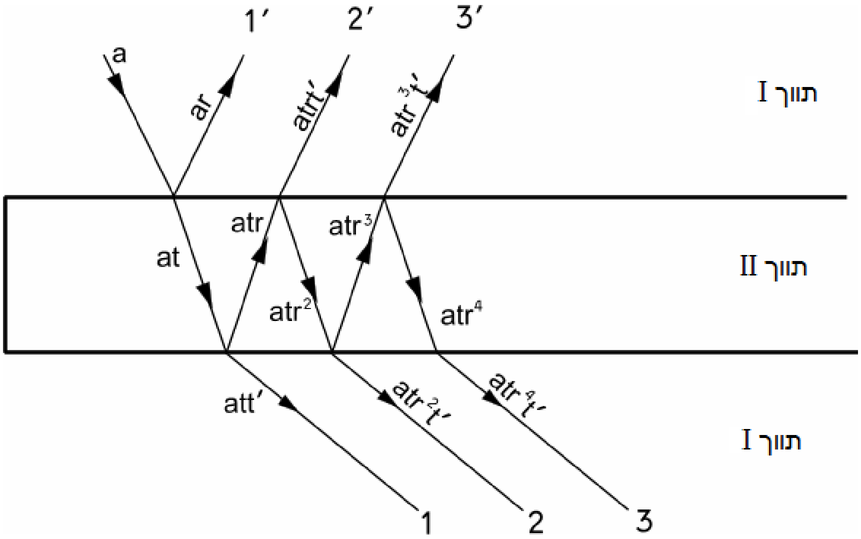
במידה ובמרווח שבין המשטחים המחזירים ישנו חומר בעל מקדם שבירה n

מתקבל ש :

$$p = 2nd\cos(\vartheta) \qquad (15)$$

4.2 חישוב סכום הקרניים המועברות

כאשר אלומה בעלת אמפליטודה A פוגעת בשכבה, חלק מהאור מוחזר והחלק השני מועבר. איור 7 מראה כיצד במקרה שבו ישנם שני שכבות מקבילות מתקבלות קרניים רבות אשר מקבילות זו לזו.



איור 7: תיאור סכמתי של מהלך הקרניים בשכבה דקה

r הוא החלק המוחזר. t הוא החלק המועבר מתווך I ל - II . ו - t' החלק המועבר מ - II ל - I

אם נחבר את כל האמפליטודות המועברות נקבל:

$$A = att'\left(1 + r^2 + r^4 + ...\right) \tag{24}$$

מאחר ו - r< 1 נקבל בסוגרים טור גיאומטרי אינסופי שסכומו $\frac{1}{1-r^2}$

אך אם נשים לב, בפיתוח הנ"ל לא נלקחה בחשבון הפאזה היחסית בין האלומות השונות והסכום הנ"ל נכון רק להתאבכות בונה. ע"מ לקבל טיפול כללי לפאזה כלשהי עלינו להיעזר בטכניקה מתמטית הנקראת "תורת המספרים המרוכבים"

נסמן ב - δ את הפרש הפזה בין שתי קרניים סמוכות. זהו הפרש קבוע כך שהפקטור הכופל יהיה $e^{i\delta}$ כלומר:

$$Ae^{i\theta} = att' + att'r^2e^{i\delta} + att'r^4e^{2i\delta} \tag{25}$$

עתה על-סמך משפט באופטיקה פיסיקלית (משפט STOKES) קיים: $tt' = 1 - r^2$

סיכום נותן:
$$Ae^{i\theta} = \frac{a\left(1-r^2\right)}{1-r^2e^{i\delta}}$$

מכיוון ש : $I\alpha|A|^2$

העצמה המועברת תהיה: $$I_t=\frac{I_0\left(1-r^2\right)^2}{1-2r^2\cos\delta+r^4}\qquad(26)$$

ע"י שימוש בזהויות הבאות : $\cos\delta=1-\sin^2(\frac{\delta}{2})$ מתקבל ש :

$$I_t=\frac{I_o}{1+\frac{4r^2}{\left(1-r^2\right)^2}\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

עד כאן המתמטיקה, מכאן פיסיקה, מקבלים :

1. <u>התעצמות</u> תתקבל עבור $\delta=0,2\pi,4\pi,......$
2. העוצמה המינימאלית תתקבל עבור : $\delta=\pi,3\pi,5\pi,......$

ונקבל עוצמה מקסימלית ב - $$2nd\cos\vartheta=m\lambda\qquad(28)$$

ועוצמה מינימלית ב - $$2nd\cos\vartheta=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$$

<u>הערה</u> : חשוב לשים לב שבמקרה זה אין ביטול גמור.

4.1 ספקטרוסקופיה

<u>ספקטרומטר סריג</u>

בניסוי יאנג ראינו שבאמצעות התאבכות משני סדקים ניתן להפריד בין אורכי גל שונים, ניתן להגדיל את יכולת ההפרדה באמצעות יצירת התאבכות ממעבר האור דרך סדקים רבים.

במקרה של מעבר אור בניצב לסריג העובר דרך N סדקים עם מרחק d בין סדק לסדק ועובי סדק b, התפלגות העוצמה כתלות בזווית תהיה : (<u>הפיתוח בנספח</u>)

(27) $$I = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2\left(\frac{\sin(N\beta)}{\sin\beta}\right)^2$$

כאשר :

$$\beta = \frac{\pi d\sin\theta}{\lambda} \qquad \alpha = \frac{\pi b\sin\theta}{\lambda}$$

האבר הימני בביטוי מבטא את השפעת ההתאבכות בין הגלים הנפרדים שנוצרו מהסדקים והאבר השמאלי את השפעת העקיפה מסדק יחיד.

עבור N גדול, השינויים בעוצמה עקב העקיפה איטיים יחסית לשינויים עקב ההתאבכות, ולכן נחקור נקודות קיצון כתלות בביטוי הימני של (27) בלבד .

נקודות מקסימה עיקריות נקבל עבור $\beta = 0, \pi, 2\pi ... m\pi$

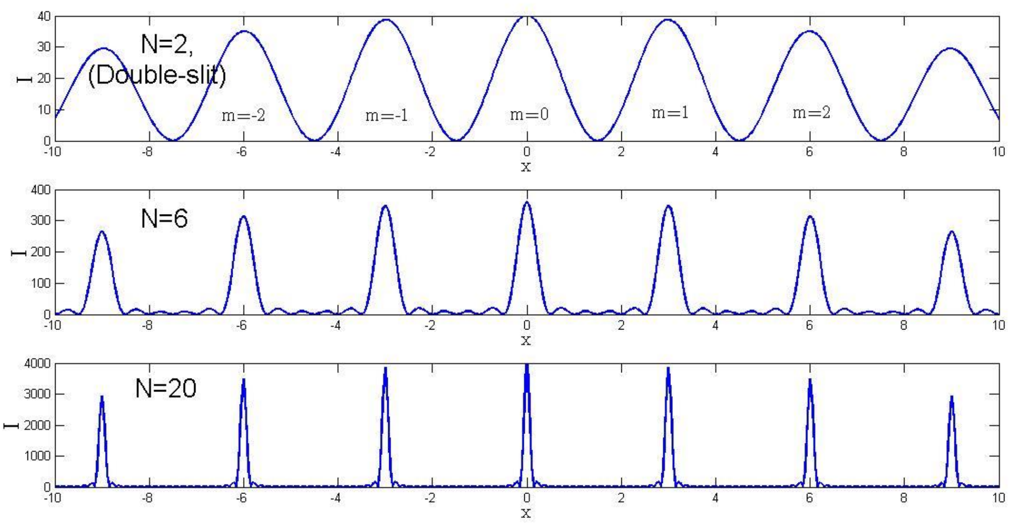
לפי כלל לופיטל העוצמה בנקודות אלו תהיה :

$$I \propto I_o\left[\lim_{\beta\to m\pi}\frac{\sin N\beta}{\sin\beta}\right]^2 = I_o\left[\lim_{\beta\to m\pi}\frac{N\cos N\beta}{\cos\beta}\right]^2 = I_o N^2$$

כלומר העוצמה בנקודות אלו יחסית ל N^2 .

המקסימות מתקיימות עבור $d\cdot\sin\theta = m\lambda$,כלומר הזווית שעבורה נקבל מקסימה תלויה באורך הגל, ולכן ניתן להפריד בין אורכי גל שונים.

ככל שמעלים את מספר הסדקים שדרכם עובר האור העוצמה מתרכזת בתחומים צרים יותר (איור 7) וניתן להפריד בין אורכי גל קרובים יותר.



איור 8: תבנית התאבכות לאחר מעבר ב2 סדקים, 6 סדקים ו 20 סדקים

4.3.1 כושר הפרדה (רזולוציה) של ספקטרומטר

כושר הפרדה מאפיין את יכולת המכשיר להבדיל בין אורכי גל סמוכים זה לזה, ככל שהוא גבוה יותר ניתן להבחין בין אורכי גל קרובים יותר.
מבטאים את כושר ההפרדה של ספקטרומטר בעזרת (28) :

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \qquad (28)$$

כאשר R הוא כושר ההפרדה, λ הוא אורך הגל שעבורו כושר ההפרדה מוגדר ו $\Delta\lambda$ הוא ההפרש בין λ לאורך הגל הקרוב ביותר שניתן להבדלה.

ישנם שתי מגבלות עיקריות לכושר ההפרדה של ספקטרומטר :

- ההפרדה של הסריג

אור בעל אורך גל λ שעובר דרך הסריג לא פוגע בגלאי כקו דק עד אינסוף אלא כקו בעל רוחב מסוים החופף, במידה מסוימת, לאזור הפגיעה של אור עם אורך גל $\lambda + \Delta\lambda$, החפיפה מטשטשת את יכולת ההפרדה בין שני אורכי הגל.

כושר הפרדה של סריג נתון ע"י (ראה נספח 3) :

$$R = N \cdot m \qquad (29)$$

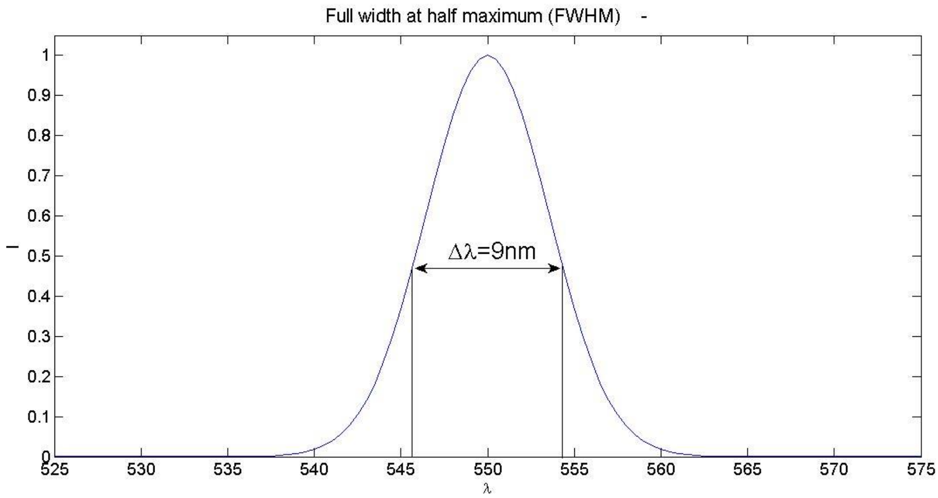
כאשר N הוא מספר הסדקים שדרכם האור עבר (תלוי ברוחב סדק הכניסה), m סדר העקיפה.

- ההפרדה של הגלאי

בדרך כלל משתמשים למטרת ספקטרוסקופיה בגלאי מסוג CCD שהוא למעשה מטריצה של פיקסלים כאשר כל פיקסל ממיר את האור שפוגע בו למתח הפרופורציוני לכמות ההארה עליו, הCCD יכול להבחין במיקום פגיעת האור עד הגבול של גודל פיקסל בודד, ומכיוון שקביעת אורך הגל נובעת ממיקום פגיעת האור בגלאי, גודל הפיקסל יגביל את יכולת קביעת אורך הגל של האור הפוגע.

4.3.2 רוחב ספקטראלי - Full width at half maximum (FWHM)

רוחב ספקטראלי של מקור מוגדר כתחום אורכי הגל שעבורם עוצמת המקור גבוהה ממחצית העוצמה המכסימלית של המקור (איור 8), הגדרה זו משמשת לצורך אפיון תחום אורכי הגל שעבורם מתקיימת פליטה.



איור 8 : רוחב ספקטראלי

5. מהלך הניסוי

הרכבת האינטפרומטר של מיכלסון

רכיבים : דיודת לייזר, מראה, מראה עם הזזה עדינה, מפצל אלומה.

בשלב הראשון יש לבנות את המערכת על פי הסבר המדריך והתדריך שנמצא במעבדה.

בנוסף מומלץ מאוד לצפות בסרטון על המערכת.

לאחר קבלת טבעות ההתאבכות יש לעבור לסעיף הבא :

5.1.1 מדידת קבוע הכיול של האינטרפרומטר

1. החל לסובב בעדינות את הבורג המיקרומטרי עד שהכתם החשוך יעלם ובמקומו יופיע כתם אור, המשך עד אשר המרכז יחזור ויחשיך. הרושם המתקבל הוא שהטבעת החיצונית כאילו נכנסת למרכז או ההיפך. בהזזה כזו המראה D נעה מרחק הפרופורציונלי ל – $\lambda/2$ (מדוע?)

2. סובב את הבורג המיקרומטרי עד שייווצרו 30 טבעות אור (או חושך) במרכז, ומדוד את המרחק שסיבבת את הבורג המיקרומטרי. המשך לקרא את הערכים של הבורג המיקרומטרי גם עבור תזוזה של 60,90,120,150 טבעות.
לצורך סיבוב איטי ועדין של המיקרומטר ניתן להשתמש במנגנון נוסף שמקטין את הסיבוב.

ישנו קשר ליניארי (באמצעות מנוף) בין סיבוב הבורג המקרומטרי (Δx) לתזוזת המראה (Δd). מטרת ניסוי זה הוא למצוא את קבוע זה שיקרא: "קבוע הכיול של האינטרפרומטר" $\Delta x = k\Delta d$.

הקשר בין תזוזת המראות למספר הטבעות הוא: $\Delta d = (\Delta m)\frac{\lambda}{2}$

אורך הגל של הלייזר האדום הוא 650 nm. ערוך גרף מתאים וחשב את קבוע הכיול.

5.1.2 מדידת אורך גל ירוק בעזרת האינטרפרומטר של מיכלסון

1. החלף את הלייזר דיודה האדומה בלייזר דיודה הירוקה, בשלב ראשון ,עבור הכיוון, כאשר היא ללא העדשה המפזרת בקצה.
2. כאשר שתי הקרניים משתי הזרועות מתלכדות על הקיר הוסיפו את העדשה כך שיתקבלו טבעות התאבכות.

חזור על התהליך בסעיף הקודם, אך הפעם מצא בעזרת קבוע הכיול את אורך הגל של הלייזר דיודה.
השווה לאורך הגל של הלייזר דיודה כפי שניתן ע"י היצרן (532 nm) ובצע דיון בתוצאות.

5.1.3 מדידת מקדם שבירה של זכוכית

מקם, בעזרת המעמד הייעודי לניסוי, את הזכוכית כך שאחת הקרניים תעבור בניצב לו. כוון את האינטרפרומטר על מנת לקבל תמונת התאבכות ברורה במצב זה.
הקפד במיוחד שלוח הפלסטיק יהיה מונח בניצב לקרן העוברת שדרכו.
שנה באיטיות את הזווית של הלוח ביחס לקרן וספור את מספר הטבעות שנוצרו עקב השינוי. רשום את הזווית עבור כל 4 טבעות חדשות עד לשינוי של כ24 טבעות.

הפרש הדרכים ש"יוצר" טבעת חדשה הוא $\Delta = \frac{\lambda}{2}$ ולפיכך לפי (23) מתקבל:

$$m\frac{\lambda}{2} \approx \frac{\alpha^2 d}{2} \cdot \frac{n-1}{n} \qquad (30)$$

כאשר α נמדד ברדיאנים.

ערוך גרף של m כפונקציה של α^2 ומצא בעזרתו את מקדם השבירה.

עובי הזכוכית הוא 1 מ״מ.

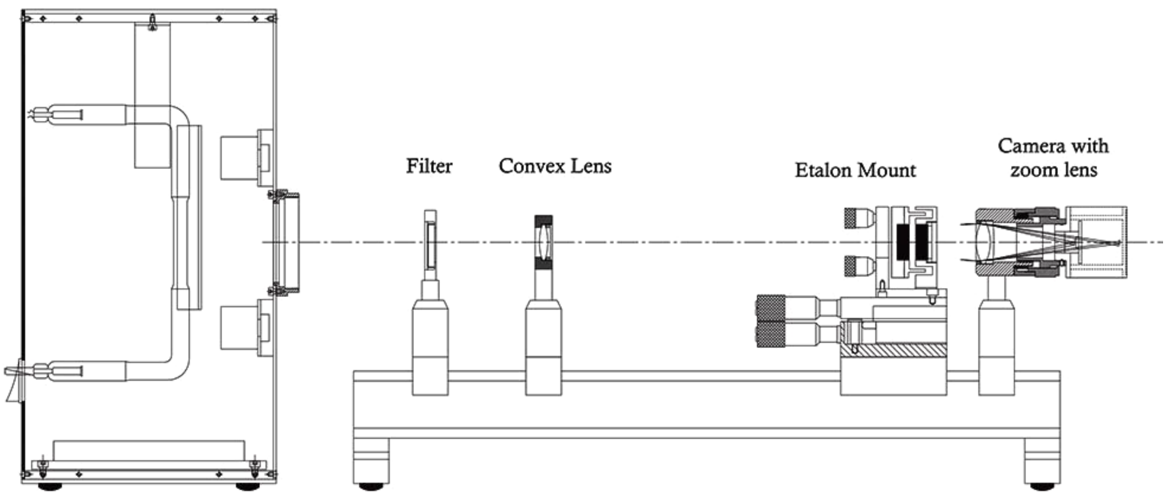
5.1.4 מדידת מקדם השבירה של האוויר

1. הניחו את תא הלחץ כל שאחת הקרניים תעבור דרכו ללא הפרעה ולאחר מכן חברו אותו לשולחן האופטי בעזרת ברגים.
2. העלו את הלחץ בתא הלחץ בעזרת משאבת האוויר עד לערך של 300 mm Hg, **(אין לעבור ערך זה !)**. ולאחר מכן שחררו באיטיות את הלחץ (בעזרת פתיחת הבורג ליד המשאבה) וסיפרו את מספר הטבעות שנוצרים. עיצרו מדי פעם את שיחרור הלחץ על מנת לקחת ערכי מדידה של הלחץ הנוכחי ומספר הטבעות שנוצרו.
3. בעזרת הנוסחה הבאה חשבו את מקדם השבירה של האוויר :

$$m_{\vartriangle p} = (2d(n-1)/\lambda)(\Delta P / P_{atm})$$

כאשר d הוא אורך התא (10 ס״מ), ΔP השינוי בלחץ במהלך הניסוי, P_{atm} הלחץ האטמוספרי.

5.2. ניסוי באינטרפרומטר של פברי - פרו



איור 9 : מבנה מערכת הניסוי באינטמרומטר פברי פרו

מטרת הניסוי :

א. הכרת האינטפרומטר

ב. מדידת אורך גל של אחד מקווי הספקטרום במנורת כספית

<u>5.1.5 מציאת קבוע הכיול</u>

עבור לאינטרפרומטר של פברי פרו, במכשיר הזה מקבלים פסי התאבכות על ידי האור המועבר בין שני לוחות זכוכית מצופים בשכבה דקה מאד של כסף. זהה את בורג הכיוון, המראות, הבורג המיקרומטרי ואת שאר חלקי האינטפרומטר. בדומה לחלק הראשון של הניסוי גם האינטרפרומטר פברי-פרו דורש כיול ע״י הלייזר.

בכדי לקבל את תבנית ההתאבכות הדרושה לביצוע הניסוי, ראשית מקם את הלייזר במקומו הרצוי (במקום המנורה הספקטראלית שמוצגת באיור 9) ללא העדשה הפילטר והמצלמה. במידה והקרן עוברת בצורה תקינה מתקבלות מספר נקודות אור לאורך קו ביציאה מהאטלון. כעת יש לרכז את כל הנקודות לנקודה אחת באמצעות ברגי המראה (משמעות פעולה זאת היא כיוון המראות בצורה מקבילה זו לזו).

- הוסף עדשה ובצע ספירה של מספר הטבעות הנכנסות (או יוצאות) מהמרכז ביחס לסיבוב הבורג המיקרומטרי.
- ערוך גרף מתאים ומצא את קבוע הכיול ואת השגיאה בו.

<u>5.2.2 מדידת אורך גל בספקטרום הפליטה של מנורת כספית</u>

החלף את הלייזר במנורה הספקטראלית, והוסף את העדשה הפילטר והמצלמה כפי שמוראה באיור 9. מכיוון שתמונת ההתאבכות שמתקבלת מהמנורה היא בעלת עוצמה חלשה ניתן יהיה לראות אותה רק באמצעות הבטה ישירה ליציאת האטלון או בעזרת מצלמת ה ccd .

לצורך שימוש במצלמה יש להפעיל את התוכנה Camera Application , ניתן לשפר את חדות התמונה המתקבלת באמצעות משחק עם הפוקוס של העדשה.

- ○ בעזרת קבוע הכיול שמדדת בסעיף הקודם, מדוד בצורה דומה את אורך הגל שהפילטר מעביר וחשב את השגיאה.

6 <u>ספקטרוסקופיה</u>

6.1 נתוני הספקטרומטר

בניסוי זה נשתמש בספקטרומטר CCS100 של חברת THORLABS .

בעל הנתונים הבאים :

נתוני סריג :

צפיפות הסדקים	1200סדקים למ״מ
רוחב סדק כניסה	$2mm$

נתוני גלאי (CCD) :

טווח ספקטראלי	$321.4-746nm$
גודל פיקסל	$8\mu m\times 200\mu m$
מספר הפיקסלים	3648

נתוני איסוף אור :

קוטר ליבה של סיב האיסוף	50 μm
מיפתח נומרי של הסיב	0.2

6.2. הפעלת התוכנה

התוכנה שבעזרתה נפעיל את הספקטרומטר קרויה SPLICCO , עם הפעלתה יש לבדוק שהספקטרומטר מחובר בעזרת אפשרות Devices\Connect שבסרגל הכלים.

במידה והיחידות של ציר הX הם פיקסלים ניתן להעביר אותו ליחידות של אורך גל על ידי $Devices \rightarrow Devices\_settings \rightarrow Common$ ושינוי בין $pixels$ ל $Wavelength$.

התחלה והפסקה של מדידה נעשים בעזרת כפתור $Start\,/\,Stop\quad Loop$ בתחתית מסך התוכנה.

שני פרמטרים חשובים עבור מדידות ספקטראליות הם :

- זמן האינטגרציה - כלומר הזמן שבו יתבצע איסוף אור עבור כל מדידה.
- מספר מדידות למיצוע - במידה ויש רעש הנלווה לאות שאותו אנו מעוניינים למדוד, ניתן לבצע מספר מדידות ולעשות בינם ממוצע, מכיון שבניגוד לאות הרצוי שהוא קבוע בזמן הרעש הוא אקראי, עוצמתו תפחת עקב המיצוע ונקבל יחס אות-רעש (SNR) משופר.

שני הפרמטרים הנ״ל ניתנים לשליטה בעזרת לחצנים הנמצאים בתחתית מסך התוכנה .

6.3 חישוב כושר ההפרדה של הספקטרומטר

- חשב את כושר ההפרדה הנובע מנתוני הסריג, השתמש בנוסחה 29 כאשר סדר העקיפה הוא 1 ובנתוני הספקטרומטר, חשב את אורך הגל הקרוב ביותר לאורך גל $500nm$ הניתן להבחנה (נוסחה 28).
- השתמש בנתונים של מספר הפיקסלים והטווח הספקטראלי של הגלאי וחשב את הרזולוציה של הגלאי $\left(\frac{pix}{nm}\right)$, מהו כושר ההפרדה שמאפשרת הרזולוציה שמצאתה ?
- מדוד מדידה ספקטראלית כלשהי באמצעות הספקטרומטר ,והעתק את נתוני המדידה בעזרת $Tools \to Copy \quad to \quad Clipboard$ לתוכנה המסוגלת להציג נתונים כלשהי (פנקס רשימות,וורד,אקסל).
באיזו רזולוציה נעשתה המדידה ?

6.4 מדידת ספקטרום הפלטה של נתרן, כספית, ניאון והליום

- מדוד את ספקטרום הפליטה של מנורת נתרן (Sodium), כספית (Mercury), נאון (Neon), והליום (Helium).
- מדוד את המרחק בין שני קווי דובלט הנתרן (הקפד שהמנורה לא תכניס את הספקטרומטר לרוויה).
- הערך את הרוחב ספקטראלי האופייני (FWHM) של קווי הפליטה (ללא חישובי שגיאה).

6.5 מדידת ספקטרום נורת LED

- מדוד את ספקטרום הפליטה של נורת הLED הירוקה שבמכשיר הספקטרומטר , השווה את רוחב הפלטה של ה LED לרוחב הפלטה של קווי פליטה ממנורות ספקטראליות (לפי הסעיף הקודם).

7 נספחים

נספח 1. התאבכות של שני גלים בעלי אותו תדר

<u>נדון במקרה של שני גלים</u>:

$$Y_1 = A_1 \sin\left(\omega t - \phi_1\right) \tag{1.1}$$

$$Y_2 = A_2 \sin\left(\omega t - \phi_2\right)$$

(מכיוון שמדובר בנקודה קבועה kx קבוע ומתחבר לזוית המופע ההתחלתית ϕ)

לפי עקרון הסופרפוזיציה: $Y = Y_1 + Y_2$

כאשר Y הגל השקול בנקודה שבה 2 הגלים נפגשים.

$$Y = A_1 \sin\left(\omega t - \phi_1\right) + A_2 \sin\left(\omega t - \phi_2\right) \tag{1.2}$$

בעזרת טריגונומטריה מתקבל:

$$Y = A_1 \sin\omega t \cos\phi_1 - A_1 \cos\omega t \sin\phi_1 + A_2 \sin\omega t \cos\phi_2 - A_2 \cos\omega t \sin\phi_2$$

נפתח ונקבל:

$$Y=\left(A_1\cos\phi_1+A_2\cos\phi_2\right)\sin\omega t-\left(A_1\sin\phi_1+A_2\sin\phi_2\right)\cos\omega t \qquad (1.3)$$

נגדיר אמפליטודה שקולה A וזווית מופע התחלתית θ כך:

$$\left.\begin{aligned}A_1\cos\phi_1+A_2\cos\phi_2&=A\cos\theta\\A_1\sin\phi_1+A_2\sin\phi_2&=A\sin\theta\end{aligned}\right\} \qquad (1.4)$$

הגדרה זו נעשתה בהנחה שיהיה ניתן למצוא ערכים עבור A ו θ שיקימו את (1.4),
בעזרת (1.4) ניתן לקבל:

$$A^2(\cos^2\theta+\sin^2\theta)=A_1^2(\cos^2\phi_1+\sin^2\phi_1)+A_2^2(\cos^2\phi_2+\sin^2\phi_2)+2A_1A_2(\cos\phi_1\cos\phi_2+\sin\phi_1\sin\phi_2)$$

כך ש:

$$A^2=A_1^{\,2}+A_2^{\,2}+2A_1A_2\cos\left(\phi_1-\phi_2\right) \qquad (1.5)$$

וכן מחלוקת הביטוי התחתון ב1.4 בביטוי העליון ניתן לקבל:

$$tg\theta=\frac{A_1\sin\phi_1+A_2\sin\phi_2}{A_1\cos\phi_1+A_2\cos\phi_2} \qquad (1.6)$$

ערכיהם של A ו θ ניתן לחשב מ - (1.5) ו - (1.6) ואז על ידי הצבה של - (1.4) ב - (1.3) מתקבל:

$$Y=A\cos\theta\sin\omega t-A\sin\theta\cos\omega t \qquad (1.7)$$

ושוב בעזרת טריגונומטריה מתקבל:

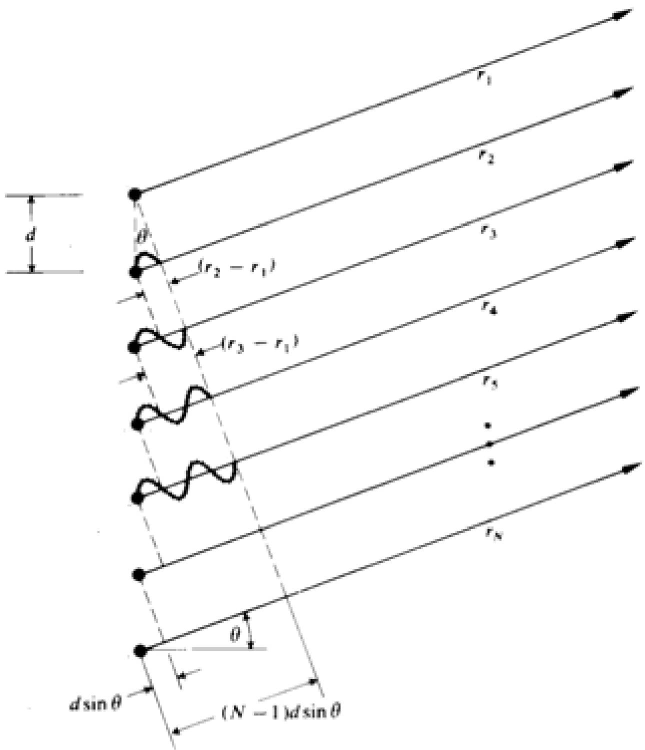
$$Y=A\sin\left(\omega t-\theta\right) \qquad (1.8)$$

משוואה זו זהה לכל אחת מהמשוואות של הגלים ההתחלתיים אבל מכילה אמפליטודה חדשה A, וזווית מופע חדשה θ. ולכן המסקנה היא שהסכום של שני גלים בעלי אותה תדירות המתקדמים בכיוון זהה הוא גל בעל אותה תדירות, אמפליטודה המוגדרת ע"י (1.5).

נספח 2. התאבכות מ N סדקים

בהינתן סריג בעל N סדקים, ומרחק בין סדקים סמוכים d , הפרש המופע בין כל שתי קרניים הוא (לפי (17)) :

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\, d \sin\theta$$



איור 10 : התאבכות מסריג (Fundamentals of Optics, Jenkins and White)

השדה השקול בנקודה רחוקה, ניתן מחיבור השדות :

$$E_{total} = E_1 + E_2 + \dots E_n = E_o e^{i(kx-\omega t)} + E_o e^{i(kx-\omega t+\delta)} \dots + E_o e^{i(kx-\omega t+(N-1)\delta)} =$$

$$= E_o e^{i(kx-\omega t)} \left[1 + e^{i\delta} + \left(e^{i\delta}\right)^2 + \dots + \left(e^{i\delta}\right)^{N-1} \right]$$

את הביטוי בסוגריים ניתן לבטא כסכום טור הנדסי שאברו הראשון 1 וקבוע הכפלה $q=e^{i\delta}$:

$$E_{total} = E_o e^{i(kx-\omega t)} \left[\frac{1-e^{i\delta N}}{1-e^{i\delta}} \right] \tag{2.1}$$

ומכוון ש :

$$1-e^{i\delta} = e^{i\delta/2} e^{-i\delta/2} - e^{i\delta/2} e^{i\delta/2} = e^{i\delta/2}\left(e^{-i\delta/2} - e^{i\delta/2} \right) = e^{i\delta/2}(-2i)\sin\frac{\delta}{2}$$

ולכן גם :

$$1-e^{i\delta N} = e^{\frac{i\delta}{2}N}(-2i)\sin\frac{N\delta}{2}$$

ניתן לנסח את (30) בצורה הבאה :

$$E_{total} = E_o e^{i\left(KX-\omega t+\frac{(N-1)}{2}\delta\right)} \cdot \frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)}$$

והעוצמה המתקבלת היא :

$$I \propto \; < E \bullet E^* > \; = I_o \left[\frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)} \right]^2 \qquad (2.2)$$

עד כה התחשבנו רק בהשפעות של התאבכות קרניים מסדקים שונים, אך גם רוחב הסדק יוצר עקיפה כך שהביטוי השלם הוא :

$$I \; \propto \; I_o \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2} \cdot \frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta} \qquad (2.3)$$

כאשר :

$$\alpha = \frac{\pi b \sin\theta}{\lambda} \qquad \beta = \frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}$$

נספח 3. כושר ההפרדה של סריג

ראינו שהתאבכות בונה ניתנת עבור $d \cdot \sin\theta = m\lambda$, כלומר הפרש הדרכים בין שתי קרניים סמוכות שווה למספר שלם של אורכי גל.

התאבכות הורסת נקבל עבור התאפסות של המונה באבר הימני של (2.3) :

$$N\beta = 0, \pi, 2\pi \ldots p\pi \quad \Rightarrow \quad \beta = \frac{p \cdot \pi}{N} \quad \Rightarrow \quad d\sin\theta = \frac{p \cdot \lambda}{N}$$

(חוץ מאשר מיקרים שבהם m הוא כפולה שלמה של N , ואז מתקבלת מקסימה.)

נגדיר מצב של הפרדה בין שתי אורכי גל סמוכים על פי **קריטריון ריילי** האומר שאם במיקום של מקסימה עבור אורך גל אחד ישנו מינימה עבור אורך גל שני, ניתן להפריד בין שני אורכי הגל.
התנאי יקרה כאשר $p = m \cdot N + 1$, ואז מתוך השוואת הפרש הדרכים בין שתי קרניים סמוכות שיוצר מקסימה עבור λ_1 ומינימה עבור λ_2

$$m\lambda_1 = \frac{p \cdot \lambda_2}{N} \Rightarrow m\lambda_1 = \frac{(mN+1) \cdot \lambda_2}{N} = m\lambda_2 + \frac{\lambda_2}{N}$$

$$\Downarrow \qquad (2.4)$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} = mN = R$$

$$\left(\lambda_2 - \lambda_1 = \Delta\lambda\right)$$

כלומר קיבלנו ביטוי לכושר ההפרדה, המוגדר לפי היחס בין אורך הגל להפרש בינו לבין אורך הגל הקרוב ביותר שניתן להפרדה והוא נקבע לפי מספר הסדקים שדרכם האור עובר וסדר ההפרדה.