



1. הראו כי משוואת השימור נובעות משוואות הבאות:

$$u^\mu \nabla_\mu \rho + (\rho + p) \nabla^\mu u_\mu = 0 \quad (1)$$

$$(p + \rho) u^\mu \nabla_\mu u_\nu + (g_{\mu\nu} + u_\mu u_\nu) \nabla^\mu p = 0 \quad (2)$$

הסבירו את משמעות המשוואות ע"י לקיחת הגבול הניוטוני בו  $p \ll \rho$ ,  $u^\mu = (1, \mathbf{v})$  ו-  $v \ll 1$ .

$$\nabla_\mu [(p+\rho) u^\mu u^\nu + p g^{\mu\nu}] = 0$$

$$\nabla_\mu (p+\rho) u^\mu u^\nu + \nabla_\mu p g^{\mu\nu} = 0$$

$$\nabla_\mu p u^\mu u^\nu + \nabla_\mu p u^\mu u^\nu + \nabla_\mu p g^{\mu\nu} = 0$$

$$\rho u^\mu \nabla_\mu u^\nu + \rho u^\nu \nabla_\mu u^\mu + u^\nu u^\mu \nabla_\mu p + p u^\mu \nabla_\mu u^\nu + p u^\nu \nabla_\mu u^\mu + u^\nu u^\mu \nabla_\mu p + g^{\mu\nu} \nabla_\mu p + p \nabla_\mu g^{\mu\nu} = 0$$

$$u^\nu u^\mu \nabla_\mu p + u^\nu p \nabla_\mu u^\mu + u^\nu p \nabla_\mu u^\mu + (p+\rho) u^\mu \nabla_\mu u^\nu + g^{\mu\nu} \nabla_\mu p + u^\nu u^\mu \nabla_\mu p = 0$$

איך שהאז אפשר להראות כי  $\nabla_\mu p = -\rho \nabla_\mu u^\mu$  ו-  $\nabla_\mu p u^\mu = -\rho \nabla_\mu u^\mu u^\mu$ .  
 ואז נקבל את שתי המשוואות הנדרשות.  
 אב טעה בדרך להראות?

$$u^\nu \nabla_\mu (T^{\mu\nu} u_\nu) = \nabla_\mu T^{\mu\nu} u_\nu$$

$$u^\nu u^\mu [\nabla_\mu (p u_\nu) + (p+\rho) \nabla_\mu (u^\mu u_\nu)] + u_\nu \nabla_\mu u^\mu = 0 \rightarrow (1) = 0$$

$$\begin{aligned} & \downarrow \\ & \rho u^\mu \nabla_\mu u_\nu = 0 \\ & \text{הנכונות} \end{aligned}$$

$$\rho u^\mu \nabla_\mu u_\nu = -\rho \nabla_\mu u^\mu u_\nu$$