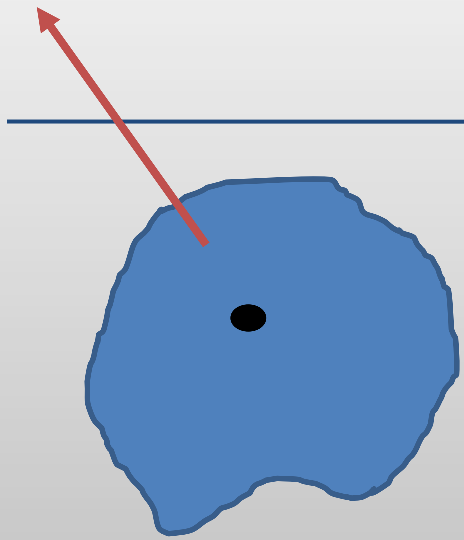
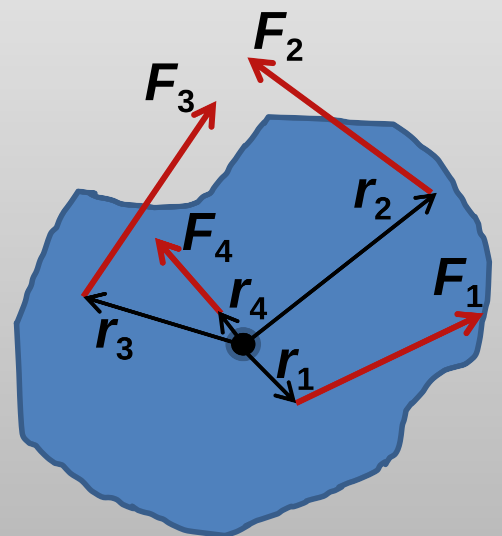
מכניקה של גוף קשיח

מומנט הכוח : $\tau \equiv rF\sin\phi$

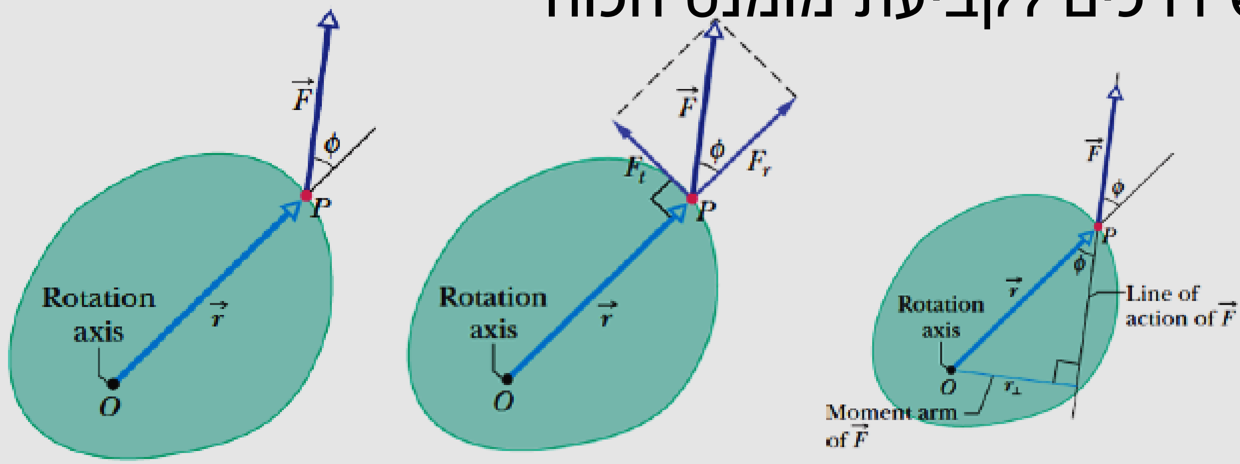
בצורה וקטורית: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$



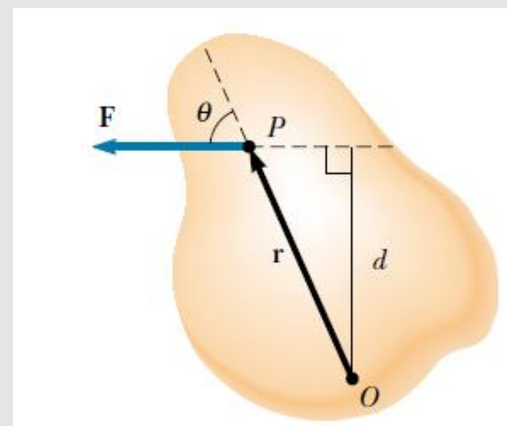


חישוב של מומנט הכוח

- שלוש דרכים לקביעת מומנט הכוח

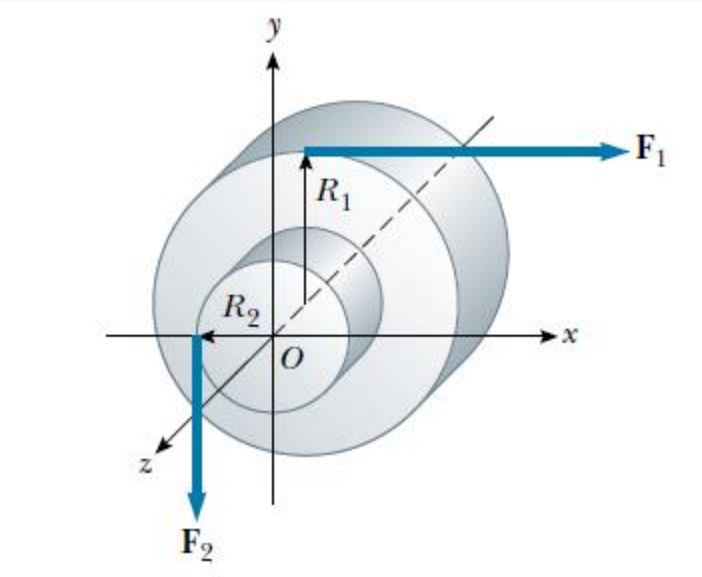


- $\tau = (r)(F \sin\phi) = rF_t$
- $\tau = (r \sin\phi)(F) = r_\perp F$
- $r_\perp = r \sin(\phi)$ is the moment arm



חישוב של מומנט הכוח: דוגמה

- גליל מורכב משני חלקים
- מומנט הכוח שמסבב נגד
- כיוון השעון – חיובי ,
- עם כיוון השעון – שלילי,
- או הפוך.



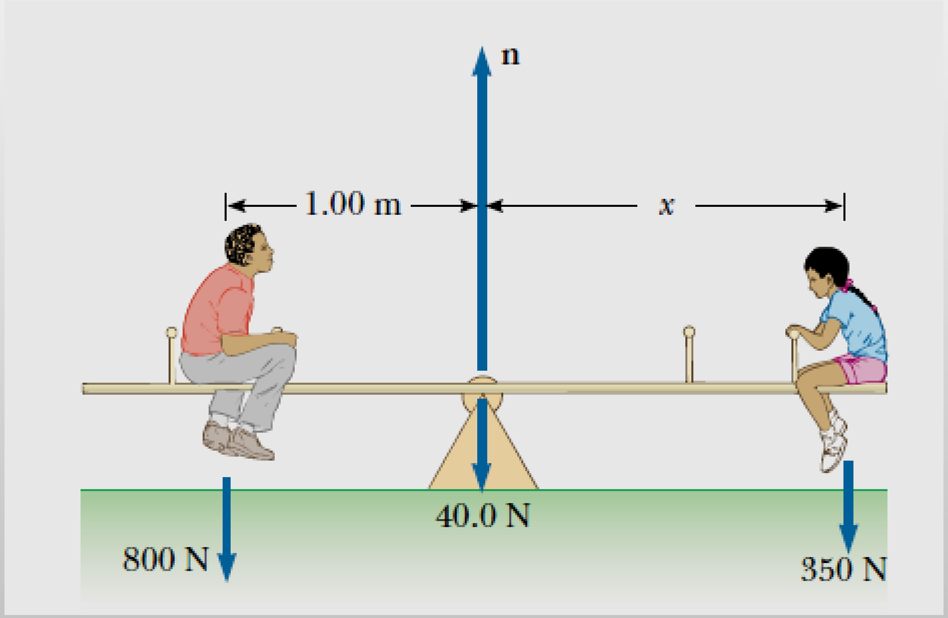
$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2 = -R_1F_1 + R_2F_2$$

סטטיקה

- תנאים לשיווי משקל גוף קשיח:

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0 \qquad \sum \tau_z = 0$$

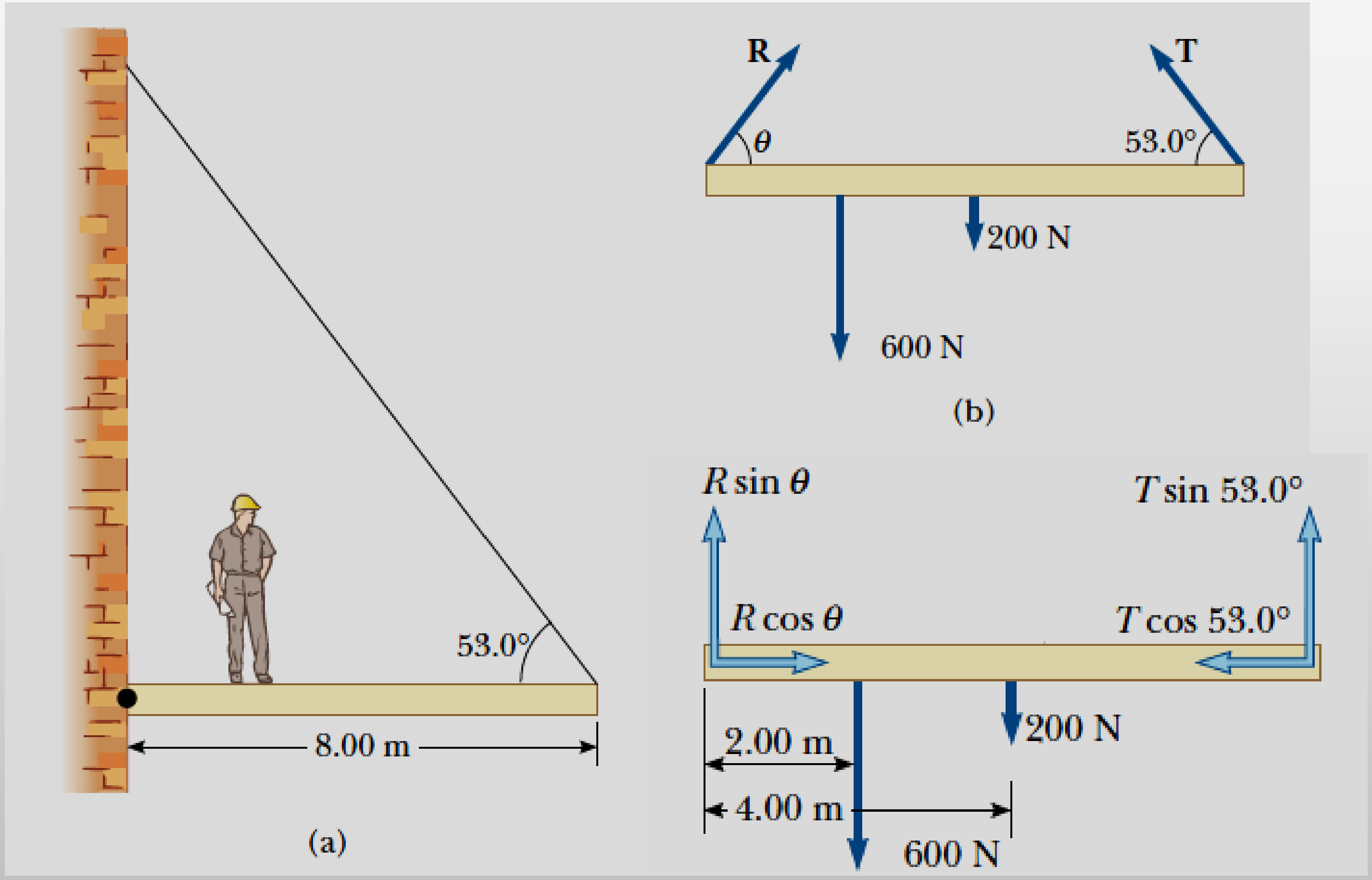
- דוגמה 1:



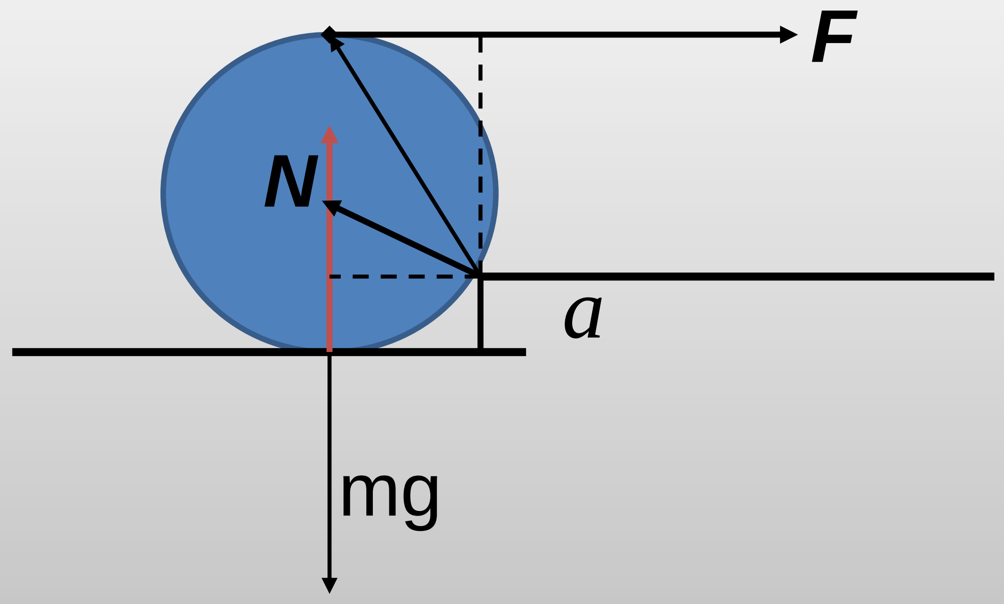
$$800\ N \cdot 1m = 350N \cdot x$$

סטטיקה

- דוגמה 2:



דוגמא 3 : עליית כדור למדרגה



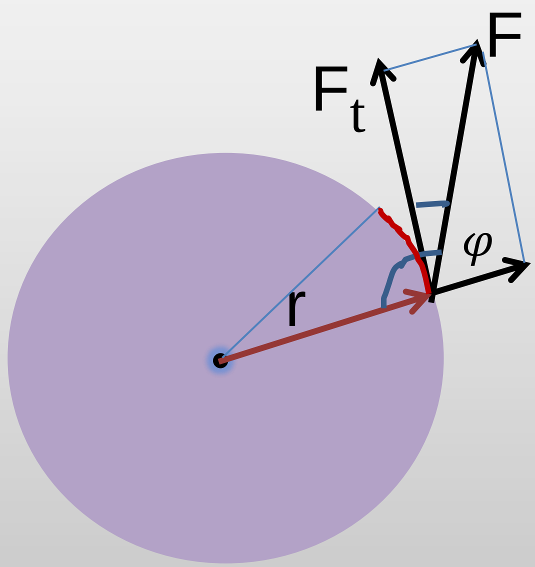
$N=0$

$(2R-a)F-\sqrt{R^2-(R-a)^2}\,mg=0$

Scanned with CamScanner

חוק שני ניוטון בשביל תנועה סיבובית (משוואת מומנטים)

יחס בין מומנט הכוח ותאוצה זוויתית



- $W = \Delta E$
- $dW = dE$
- $dW = F\cos(90-\varphi)\,ds =$
- $= F\sin\varphi\, r d\theta$
- $d\theta = \omega dt$
- $F\sin\varphi\, r\omega dt = d\left(\frac{I\omega^2}{2}\right)$
- $F\sin\varphi\, r\omega dt = I\omega d\omega$
- $rF\sin\varphi = I\alpha$

$\tau = rF\sin\varphi \qquad \tau = I\alpha$

חוק שני ניוטון לגוף נקודתי ממשפט עבודה - אנרגיה קינטית

$$W_{\Sigma F} = \Delta K$$

$$dW_{\Sigma F} = d\left(\frac{mv^2}{2}\right)$$

$$\Sigma F \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{m}{2} \cdot 2v \frac{dv}{dt}$$

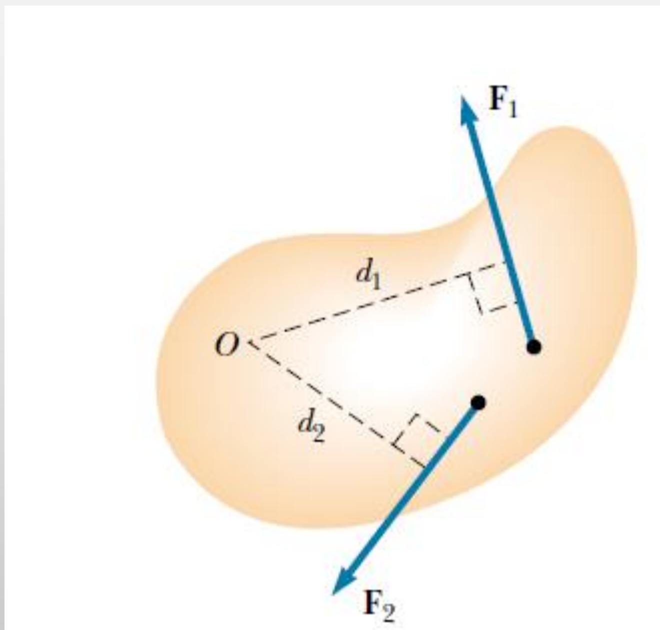
$$\Sigma F = m\frac{dv}{dt}$$

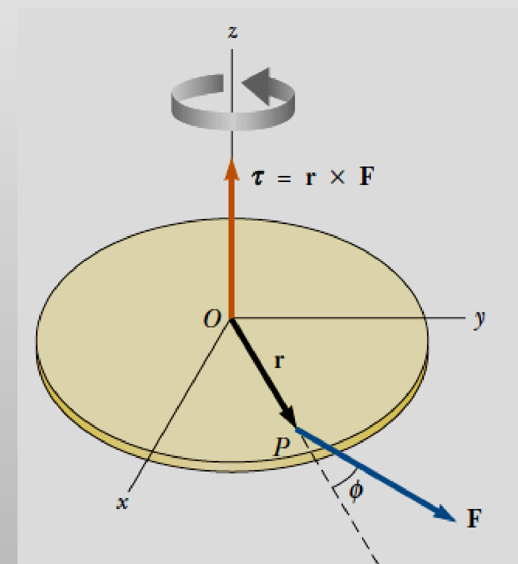
CS Scanned with CamScanner

תנועה של גוף קשיח עם ציר סיבוב קבוע

- משוואות מומנטים:
- $\sum \boldsymbol{\tau} = I\boldsymbol{\alpha}$
- מומנט הכוח הוא וקטור

מכוון בכיוון ציר הסיבוב

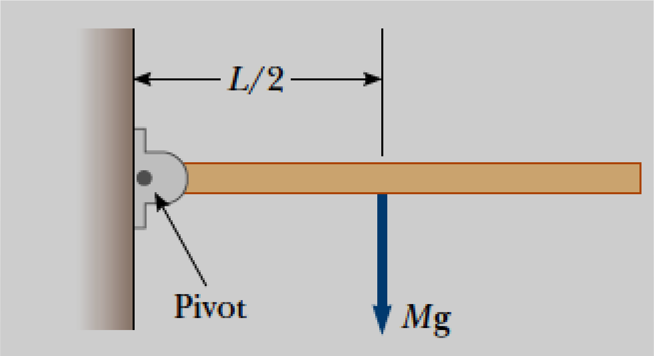




ציר סיבוב קבוע: דוגמה

- המוט המסתובב

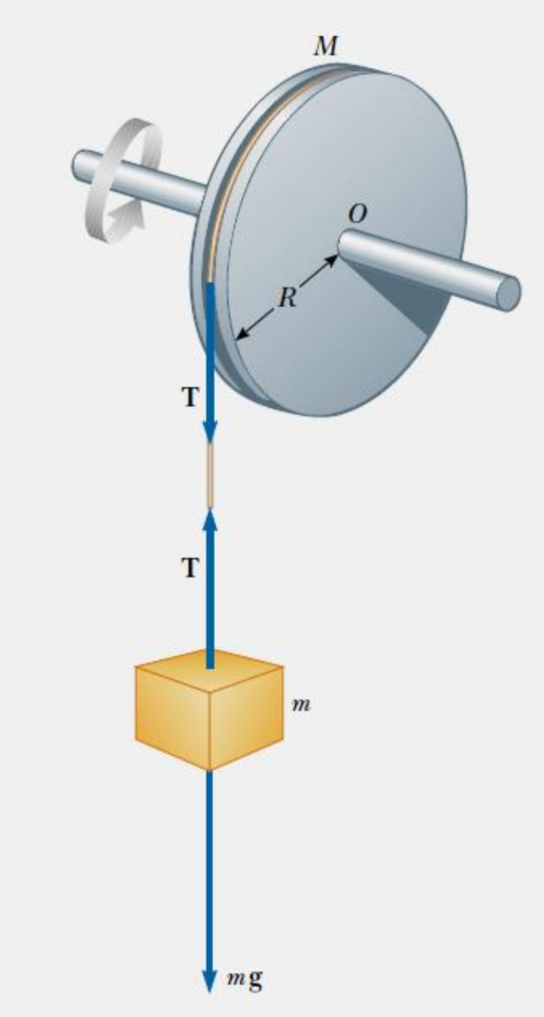
$$\tau = Mg\left(\frac{L}{2}\right)$$



$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{Mg(L/2)}{1/3\, ML^2} = \frac{3g}{2L}$$

$$a_t = L\alpha = \frac{3}{2}g$$

ציר סיבוב קבוע: דוגמה



- גוף נקודתי מחובר לגוף קשיח

$$\sum \tau = I\alpha = TR$$

$$\sum F_y = mg - T = ma$$

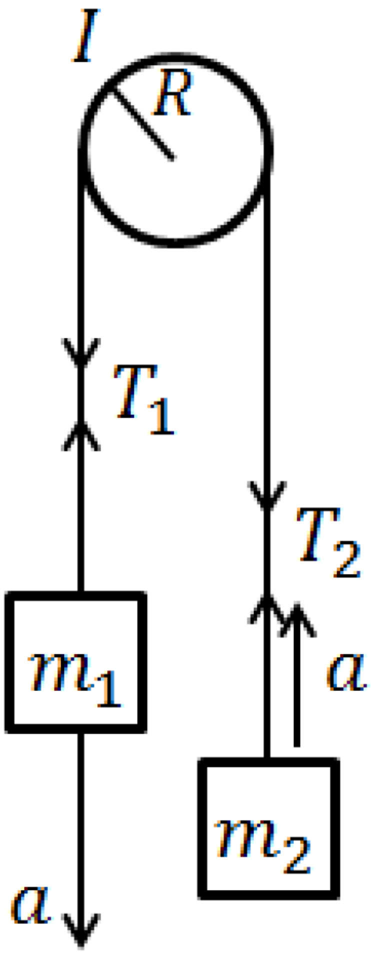
$$a = R\alpha$$

$$T = \frac{mg}{1 + \frac{mR^2}{I}}$$

$$a = \frac{g}{1 + {}^{I}/_{mR^2}}$$

דינמיקה

מתארך ואינו מחליק על הגלגלת (הדבר האחרון אומר שישנו חיכוך סטטי מספיק גדול בין החוט לבין הגלגלת). מסות הגופים הן m_1 ו- m_2, ורדיוס הגלגלת הוא R. מצאו את תאוצות הגופים, תאוצה זוויתית של הגלגלת ומתיחויות בחוט.



פתרון דוגמה 4

$$1: \quad m_1 g - T_1 = m_1 a$$

$$2: \quad T_2 - m_2 g = m_2 a$$

$$R: \quad T_1 R - T_2 R = I\alpha = \frac{Ia}{R}$$

$$a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}}$$

$$\sum \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$$

$$\sum \boldsymbol{\tau} = I\boldsymbol{\alpha}$$

$$a = \alpha R$$

עבודה והספק בתנועה סיבובית

$$dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = (F \sin \phi)\, r\, d\theta = \boldsymbol{\tau}\, d\theta$$

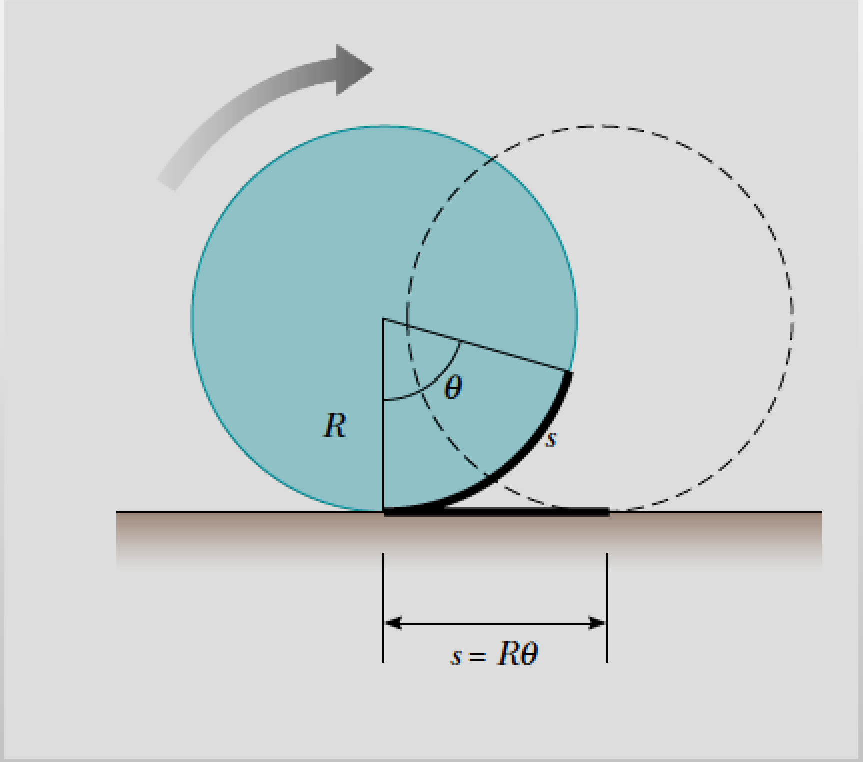
$$\frac{dW}{dt} = \boldsymbol{\tau} \frac{d\theta}{dt}$$

$$\mathcal{P} = \frac{dW}{dt} = \boldsymbol{\tau}\boldsymbol{\omega}$$

$$\sum W = \tfrac{1}{2} I \omega_f^{\,2} - \tfrac{1}{2} I \omega_i^{\,2}$$

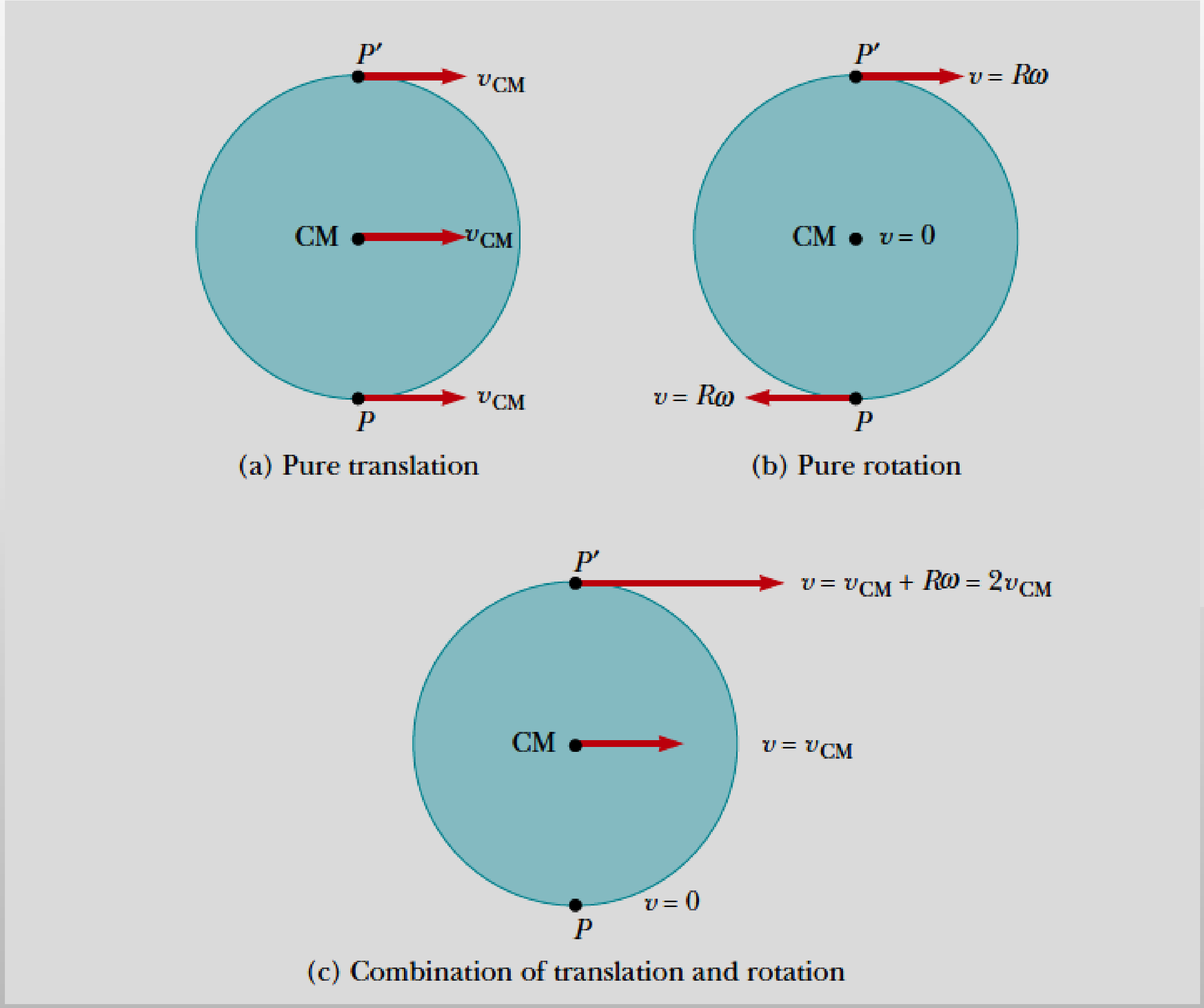
תנועה מורכבת: גלגול ללא החלקה

- יחס בין מרחק שעובר מרכז המסה לזווית הסיבוב:



$$a_{CM} = \frac{dv_{CM}}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\alpha$$

גלגול ללא החלקה



- הצגת תנועה מורכבת כסכום סיבוב והעתקה:

K=E$_k$

$$K = \tfrac{1}{2} I_P \omega^2$$

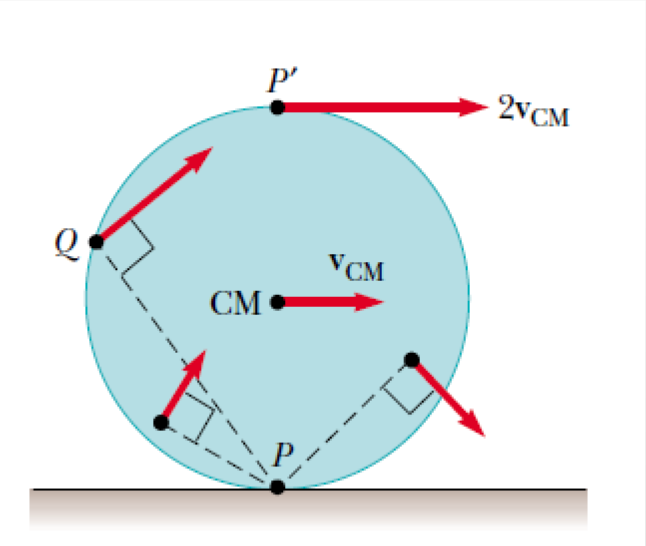
$$K = \tfrac{1}{2} I_{CM}\omega^2 + \tfrac{1}{2} M R^2 \omega^2$$

$$v_{CM} = R\omega$$

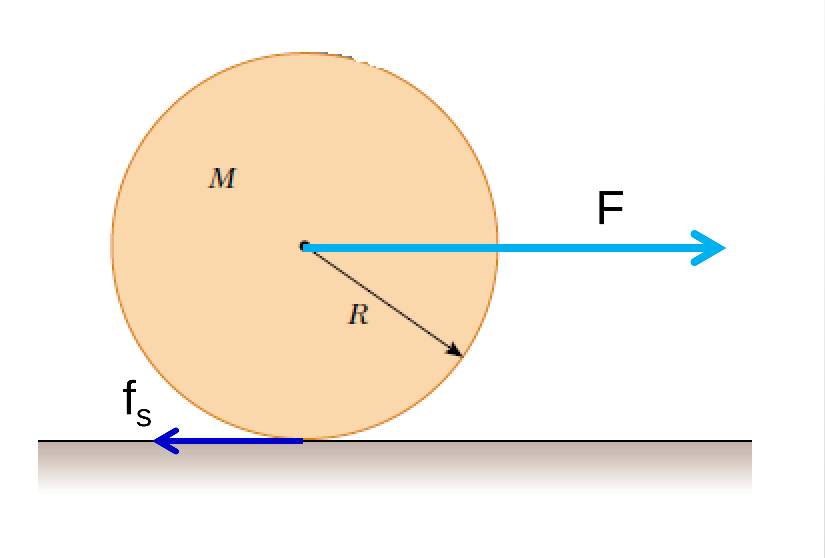
$$K = \tfrac{1}{2} I_{CM}\omega^2 + \tfrac{1}{2} M {v_{CM}}^2$$

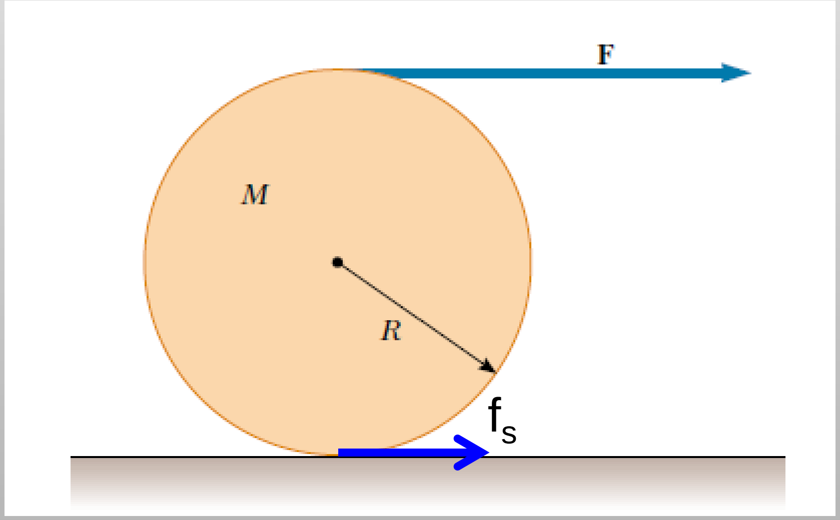
גלגול ללא החלקה: מהירות קווית של נקודות שונות

- מהירות של נקודה P שווה לאפס,
- מהירות של נקודה P' מקסימלית



גלגול: תפקיד של כוח חיכוך





- א) כוח פועל על מרכז:

$$F - f_s = Ma_{cm}$$

$$Rf_s = I\alpha$$

$$I = {MR^2}/{2} \qquad a = \alpha R$$

$$a = \frac{2F}{3M} \qquad f_s = \frac{F}{3}$$

- כוח פועל בנקודה עליונה:

$$F + f_s = Ma_{cm}$$

$$RF - Rf_s = I\alpha$$

$$a = \frac{4F}{3M} \qquad f_s = \frac{F}{3}$$

דוגמה: גלגול ממישור משופע

- **שיטת אנרגיה**

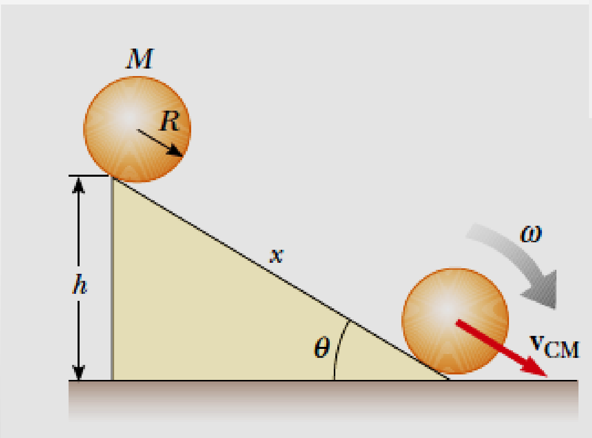
$$K = \frac{1}{2} I_{CM} \left(\frac{v_{CM}}{R} \right)^2 + \frac{1}{2} M v_{CM}{}^2$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{I_{CM}}{R^2} + M \right) v_{CM}{}^2 = Mgh$$

$$v_{CM} = \left(\frac{2gh}{1 + I_{CM}/MR^2} \right)^{1/2}$$

$$v_{cm}{}^2 = 2ax$$

- $a_{cm} = \frac{v^2}{2x} = \frac{g \sin\theta}{1 + {}^{I}/_{MR^2}}$



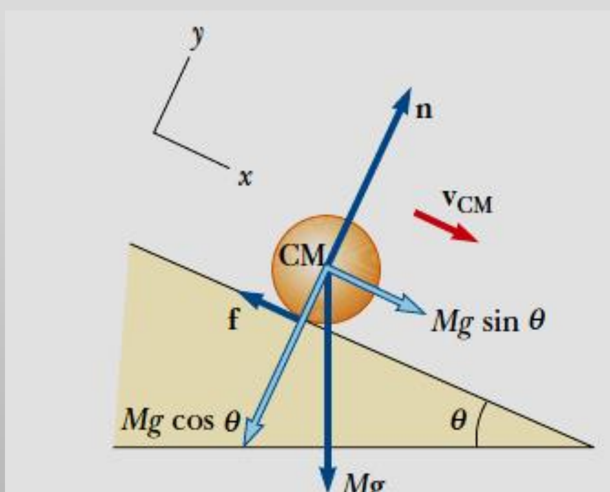
- **שיטת חוקי ניוטון**

$$\Sigma F_x = Mg \sin\theta - f = Ma_{CM}$$

$$\Sigma F_y = n - Mg\cos\theta = 0$$

$$\tau_{CM} = fR = I_{CM}\alpha$$

- $a_{cm} = \alpha R$
- $f = \frac{I}{R^2} a_{cm}$
- $a_{cm} = \frac{v^2}{2x} = \frac{g \sin\theta}{1 + {}^{I}/_{MR^2}}$



דוגמה: משחק יו-יו

- שקול הכוחות בציר y :
- $(m+M)g-T=(m+M)a$
- שקול המומנטים ביחס לציר העובר
- במרכז דיסקאות:
- $R_0T=I\alpha$
- $I=\frac{mR_0{}^2+MR^2}{2}$
- $a=\alpha R_0$