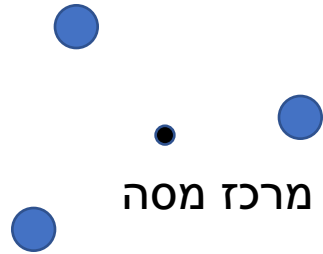


סדנא 7

תנע ומערכות רב-חלקיקיות

מרכז מסה של מערכת:



$$\vec{R}_{cm} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots}$$

מהירות מרכז המסה:

$$\vec{V}_{cm} = \frac{d\vec{R}_{cm}}{dt} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots}$$

חוק 2 של ניוטון למערכת המורכבת ממספר גופים:

$$M \frac{d\vec{V}_{cm}}{dt} = M \vec{a}_{cm} = \sum \vec{F}_{ext}$$

כאשר $\sum \vec{F}_{ext}$ הם סה"כ הכוחות החיצוניים הפועלים על המערכת, ו

$$M = m_1 + m_2 + \dots$$

הוא המסה הכוללת של המערכת

ברגע בו משוחרר כדור שמסתו 0.5 ק"ג מגובה 25 מטר מעל פני כדור הארץ, כדור אחר שמסתו 0.25 ק"ג נזרק מפני כדור הארץ כלפי מעלה במהירות התחלתית של 15 מטר לשניה. הם נעים לאורך קווים קרובים מאוד כך שאינם מתנגשים. מהו הגובה (מעל פני כדור הארץ) של מרכז המסה של שני הכדורים כעבור שתי שניות?

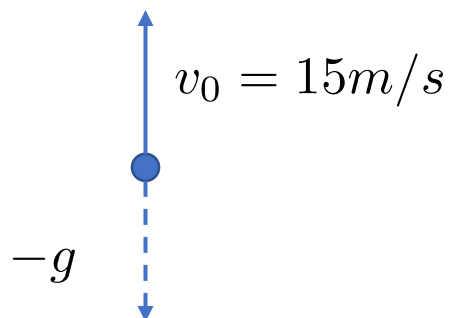
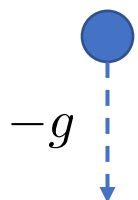
(a) 2.9 מטר

(b) 4 מטר

(c) 5 מטר

(d) 7.1 מטר

(e) 10.4 מטר



דבר 1:

מחשבים את המיקומים של כל אחד מהם ומוצאים את מרכז המסה כפונקציה של הזמן.
על פי הידוע לנו לגבי תנועה בהשפעת כח הכבידה (תאוצה קבועה) נוכל למצוא את הגבהים של הכדורים בכל זמן

$$z_1(t) = z_{1,0} + v_{1,0}t - \frac{1}{2}gt^2 = 25m - \frac{1}{2}gt^2 = 25m - 4.9 \frac{m}{s^2} t^2$$
$$z_2(t) = z_{2,0} + v_{2,0}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_{2,0}t - \frac{1}{2}gt^2 = 15 \frac{m}{s} t - 4.9 \frac{m}{s^2} t^2$$

נמרכז המסה נתון על ידי:

$$z_{cm}(t) = \frac{m_1 z_1(t) + m_2 z_2(t)}{m_1 + m_2} = \frac{0.5z_1(t) + 0.25z_2(t)}{0.75} = \frac{2z_1(t) + z_2(t)}{3}$$

נציב את הביטויים עבור המיקומים בזמן $t = 2s$:

$$z_{cm}(2) = \frac{2(25 - 4.9 \times 4)m + 30m - 4.9 \times 4m}{3} = \frac{80 - 3 \times 4.9 \times 4}{3} m \approx 7.06m$$

דבר 2:

דרך שנייה היא לחשוב על מרכז המסה כעל חלקיק בעל מסה של $M = m_1 + m_2 = 0.75kg$

$$M \frac{dV_{cm}}{dt} = Ma_{cm} = \sum \vec{F}_{ext}$$

תאוצת מרכז המסה היא לכן:

$$a_{cm} = \frac{\sum \vec{F}_{ext}}{m_1 + m_2} = \frac{-m_1g - m_2g}{m_1 + m_2} = -g$$

המהירות ההתחלתית של מרכז המסה היא:

$$V_{0,cm} = \frac{m_1 v_{0,1} + m_2 v_{0,2}}{m_1 + m_2} = \frac{0.25 \times 15}{0.75} = 5 \frac{m}{s}$$

המיקום ההתחלתי של מרכז המסה הוא:

$$z_{0,cm} = \frac{m_1 z_{0,1} + m_2 z_{0,2}}{m_1 + m_2} = \frac{0.5 \times 25}{0.75} = 16 \frac{2}{3} m$$

המיקום לאחר 2 שניות יהיה:

$$z_{cm} = z_{0,cm} + v_{0,cm}t + \frac{1}{2}a_{cm}t^2$$

$$z_{cm}(2) = 16\frac{2}{3} + 5 \times 2 - 4.9 \times 4 \approx 7.06 \text{ m}$$

אנחנו רואים שקיבלנו את אותה התוצאה בדיוק!

שני אנשים נמצאים על קרח חסר חיכוך. אחד, שמסתו 40 ק"ג ושני שמסתו 60 ק"ג. שניהם מחזיקים חבל שאורכו 10 מטרים, כל אחד בקצה אחר. בשלב מסוים הם מתחילים למשוך בחבל ולנוע אחד לקראת השני עד שהם נפגשים. מהו המרחק שיעבור האדם שמסתו 60 ק"ג מהנקודה שבה היה בתחילת המשיכה עד שיפגוש את האדם השני. האנשים נמצאים במנוחה בתחילת התרגיל.

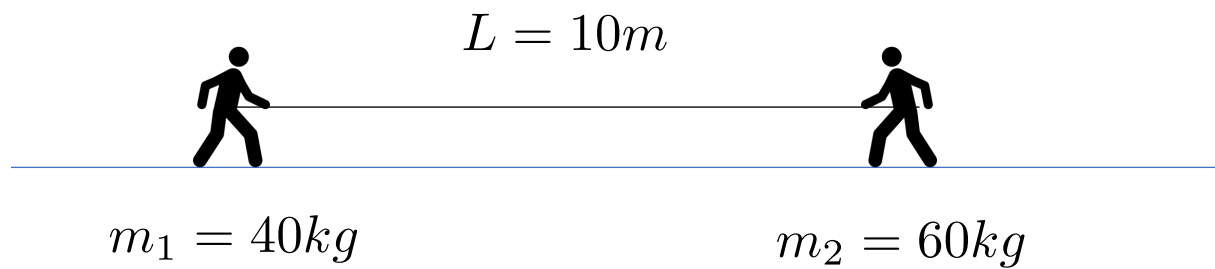
(a) 5 מטרים

(b) 10 מטרים

(c) 6 מטרים

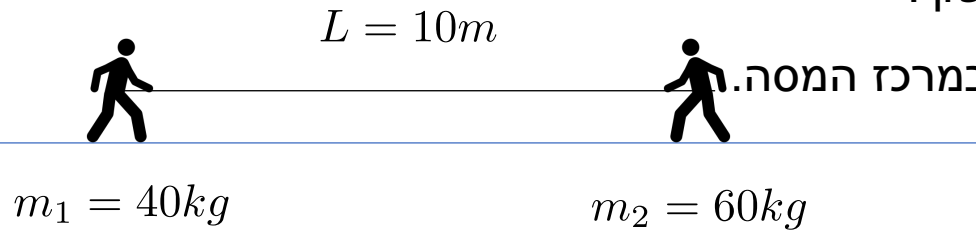
(d) 4 מטרים

(e) 0 מטרים



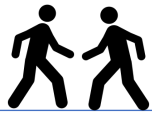
➤ מכיוון שאין חיכוך, לא פועלים כוחות חיצוניים על המערכת בכיוון האופקי.

➤ לכן מיקום מרכז המסה לא משתנה וכאשר הם יפגשו שניהם ימצאו במרכז המסה.



$$m_1 = 40kg; m_2 = 60kg$$

$$x_{cm} = x_1 \frac{m_1}{m_1 + m_2} + x_2 \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$



x_{cm}

נבחר את הראשית כך שבתחילת התנועה אחד השחקנים נמצא
בה והשני נמצא ב $x=L$

$$x_{cm} = 0 \frac{m_1}{m_1 + m_2} + L \frac{m_2}{m_1 + m_2} = L \frac{m_2}{m_1 + m_2} = 10m \frac{60}{40 + 60} = 6m$$

מכיוון שאין כוחות חיצוניים, ומרכז המסה אינו נע בתחילת המשיכה במוט, מיקום
מרכז המסה אינו משתנה ובסוף התנועה שני השחקנים נמצאים במרכז המסה.

$$\Delta x_2 = x_{cm} - L = (6 - 10)m = -4m$$

(a) 5 מטרים

(b) 10 מטרים

(c) 6 מטרים

(d) 4 מטרים

(e) 0 מטרים

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

תנע הוא גודל וקטורי.

חוק 2 של ניוטון למערכת המורכבת ממספר גופים:

$$M \frac{d\vec{V}_{cm}}{dt} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \sum \vec{F}_{ext}$$

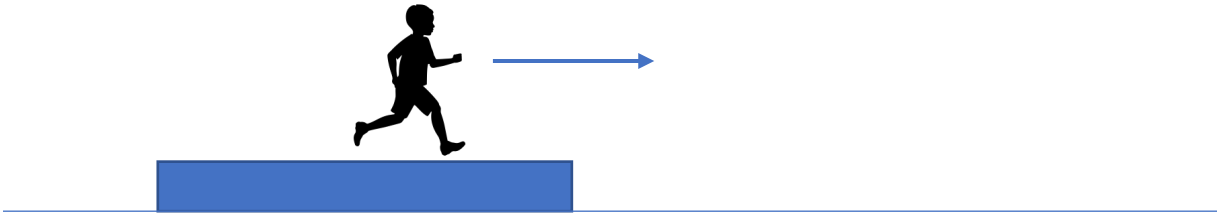
כאשר \vec{P} הוא התנע הכולל של המערכת:

$$\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots$$

זה אומר לנו שאם לא פועלים כוחות חיצוניים – התנע של המערכת לא משתנה – **התנע נשמר**

זוהי תכונה מאד חשובה של מערכות – לא משנה כמה מסובכת האינטראקציה בין החלקים השונים של המערכת – התנע הכולל שלה נשמר!

נער שמסתו 45 ק"ג רץ וקופץ ממשטח צף שמסתו 168 ק"ג. מהירות הנער ברגע שהוא עוזב את המשטח היא 2.7 מטר לשנייה. מהי מהירות המשטח ברגע הקפיצה?
הניחו שלפני תחילת התנועה המשטח במנוחה ושניתן להזניח חיכוך.



נער שמסתו 45 ק"ג רץ וקופץ ממשטח צף ניח שמסתו 168 ק"ג. מהירות הנער ברגע שהוא עוזב את המשטח היא 2.7 מטר לשניה. בהזנחת השפעות החיכוך, מהי מהירות המשטח ברגע הקפיצה?

- ניתן להתייחס לנער ולמשטח כמערכת.
- מכיוון שכוחות החיכוך זניחים, לא פועלים שום כוחות חיצוניים בכיוון האופקי על המערכת. כלומר תנע המערכת בכיוון האופקי נשמר.
- תנע המערכת לפני הקפיצה הוא 0 מכיוון שהמערכת במנוחה.
- מכיוון שלא פועלים כוחות חיצוניים - לאחר הקפיצה תנע המערכת נשאר 0 – שימור תנע.

נער שמסתו 45 ק"ג רץ וקופץ ממשטח צף ניח שמסתו 168 ק"ג. מהירות הנער ברגע שהוא עוזב את המשטח היא 2.7 מטר לשניה. בהזנחת השפעות החיכוך, מהי מהירות המשטח ברגע הקפיצה?

הבעיה חד-מימדית ולכן נניח שכל התנעים והמהירויות לאורך ציר x :

$$p_{boy} + p_{platform} = 0 = 45kg \times 2.7 \frac{m}{s} + 168kg \times v_{platform} = 0$$

$$\rightarrow v_{platform} = -45 \times \frac{2.7 m}{168 s} \approx -0.72 \frac{m}{s}$$

כמובן שהמשטח נע בכיוון הפוך מכיוון הקפיצה של הנער

