Class 2 Vectors

Sunday, 25 October 2020 15:46

Note: a forum section has been opened in moodle, especially for questions regarding homework and tirgulim (no need to send mails about these anymore)

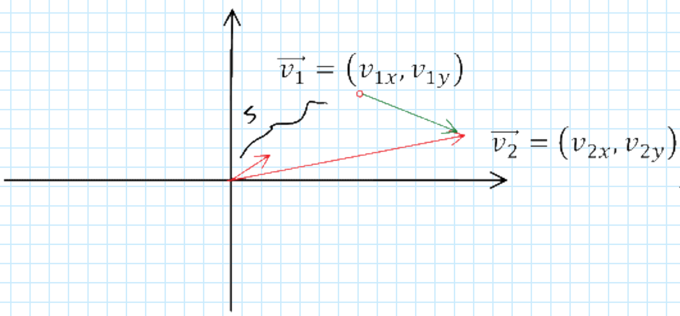
<u>סימון וקטורי</u> - חץ מעל משתנה מייצג את העובדה שהוא וקטור $\vec{a}$
כובע מעל משתנה מייצג את העובדה שהוא וקטור יחידה $\hat{a}$

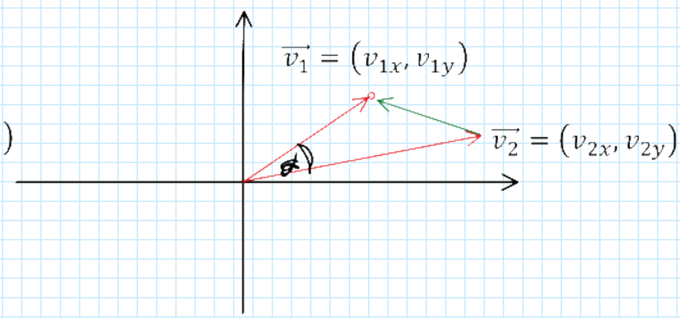
<u>חיבור וקטורי</u> - נקבל וקטור שהולך מהתחלה של הראשון לקצה של השני

$$\vec{v_1} = (v_{1x}, v_{1y}),$$
$$\vec{v_2} = (v_{2x}, v_{2y})$$
$$\vec{v_1} + \vec{v_2} = (v_{1x} + v_{2x}, v_{1y} + v_{2y})$$

<u>חיסור וקטורי</u>- הוא הפעולה שנותנת וקטור בכיוון ההפוך (התחלה של השני לקצה של הראשון)

$$\vec{v_1} - \vec{v_2} = (v_{1x} - v_{2x}, v_{1y} - v_{2y})$$





<u>גודל וקטורי</u> - האורך הכולל של וקטור במרחב

$$|\vec{v_1}| = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2}$$

<u>וקטור יחידה</u> - וקטור בעל כיוון מסויים, וגודל 1, כך שאם נכפול אותו במספר מסוים נקבל וקטור באורך המספר הכיוון וקטור היחידה

$$\widehat{v_1} = \frac{\vec{v_1}}{|\vec{v_1}|} = \frac{(v_{1x}, v_{1y})}{\sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2}}$$

<u>מכפלה סקלרית</u> - בדיקה ההיטל של וקטור אחד על השני. התוצר שלה הוא סקלאר ולא וקטור

$$\vec{v_1} \cdot \vec{v_2} = (v_{1x} \cdot v_{2x}) + (v_{1y} \cdot v_{2y}) = |\vec{v_1}| * |\vec{v_2}| * \cos(\alpha)$$

כאשר אלפא היא הזווית בין שני הוקטורים

<u>מכפלה וקטורית</u> - מחזירה וקטור המאונך למישור הנפרש על ידי 2 הוקטורים. שני הוקטורים צריכים להיות מיוצגים בצורה תלת מימדית.

$$\vec{v_3} = \vec{v_1} \times \vec{v_2} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ v_{1x} & v_{1y} & v_{1z} \\ v_{2x} & v_{2y} & v_{2z} \end{vmatrix} = (v_{1y} \cdot v_{2z} - v_{1z} \cdot v_{2y})\hat{x} - (v_{1x} \cdot v_{2z} - v_{1z} \cdot v_{2x})\hat{y} + (v_{1x} \cdot v_{2y} - v_{1y} \cdot v_{2x})\hat{z}$$

הגודל של הוקטור שהתקבל הוא

$$|\vec{v_3}| = |\vec{v_1}| * |\vec{v_2}| * \sin(\alpha)$$

משוואות תנועה - תזכורת

מהירות של גוף היא קצב השינוי של המיקום שלו (קצב שינוי הקואורדינטה)
מיקום נמדד ביחידות של מרחק (מטר, ק"מ)
מהירות נמדדת ביחדות של קצב שינוי המרחק - שינוי במרחק ליחידת זמן (מטר לשנייה, ק"מ לשעה)
תאוצה של גוף היא קצב השינוי של המהירות (קצב השינוי של קצב השינוי של המיקום של הגוף)
מהירות נמדדת בקצב של מרחק ליחידת זמן
תאוצה היא השינוי במהירות ליחידת זמן, לכן היא תימדד ביחידות של מרחק ליחידת זמן ליחידת זמן (זמן בריבוע)

$v_x(t) = v_{x0} + \int a_x(t)dt$	$v_x(t) = \frac{dx}{dt}$
$x(t) = x_0 + \int v_x(t)dt$	$a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}$
תאוצה קבועה:	מהירות קבועה (אין תאוצה):
$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	$x(t) = x_0 + v_0 t$

מערכת צירים - פיזיקה היא מדע העוסק במדידת הסביבה והעולם, לשם כך עלינו להגדיר מערכת ייחוס שביחס אליה נמדוד הכל

מערכת צירים חד מימדית:
במימד אחד נגדירציר עם כיוון ונקרא לו **x**
הציר יכול להיות גם עקום.
על הציר עלינו לסמן את נקודת "ראשית הציר" - נקודת ההתחלה של ספירת ערכי הציר
על מנת לתאר נקודה על הציר נצטרך קואורדינטה אחת בלבד.
במצב חד מימדי קיים לנו רק אלמנט אורך (אין משמעות לשטח או נפח)
עבור אלמנט ישר $dl = dx$
עבור אלמנט של קשת במעגל $dl = Rd\varphi$ כאשר ϕ היא הזווית ו R הוא רדיוס המעגל

מערכות צירים דו מימדית
מערכת צירים קרטזית
על מנת לתאר נקודה במרחב נזדקק ל-2 מספרים $\vec{r} = (x_0, y_0)$
אלמנטי האורך שלנו הם $dl = dx$ או $dl = dy$
אלמנט השטח הוא $dS = dx \cdot dy$

מערכת פולארית (מעגלית)
במקום לתאר כמה הלכנו ב-**x** וכמה הלכנו ב-**y**, נתאר באיזו זווית ללכת וכמה ללכת
החלפת הקואורדינטות (קרטזית לפולרית) תהיה $(x,y) \rightarrow (r,\varphi)$
נצייר את המערת הקרטזית ועליה נלביש את הפולארית:

וקטור המיקום שלנו יהיה $\vec{r} = r_0\,\hat{r}$
כאשר $\hat{r}$ כולל בתוכו את הכיוון ו r_0 הוא כמה הלכנו בכיוון הזה
עבור מערכת פולארית יש לנו אלמנטי אורך $dl = dr$ או $dl = r \cdot d\varphi$
כאשר הראשון מתאר הליכה רדיאלית החוצה מראשית הצירים והשני מתאר הליכה זוויתית (על היקף המעגל)
אלמנט השטח הוא $dS = rd\varphi dr$
מעבר בין המערכות יתבצע ע"י

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$	$x = r \cdot \cos(\varphi)$
$\varphi = arctg(\frac{y}{x})$	$y = r \cdot \sin(\varphi)$

נקודה כללית במערכת צירים פולארית תיוצג תמיד כ $\vec{r} = (r_0 cos\varphi_0, r_0 sin\varphi_0)$
ווקטור הכיוון תמיד יהיה מיוצג כ $\hat{r} = (cos\varphi_0, sin\varphi_0)$

תרגיל: נתונים הוקטורים הבאים

$$\vec{A} = (3,4,0), \vec{B} = (6,-8,0), \vec{C} = (3,3,3), \vec{D} = (2,1,3)$$

א. חשב את המכפלה הסקלרית + הזווית בין הוקטורים A ו B
ב. חשב את המכפלה הוקטורית של A ו B
ג. חשב את הגודל (בלבד) של המכפלה הוקטורית של C ו D

פתרון:

תרגיל:
א. עבור הוקטור בהצגה הקרטזית:

$$\vec{r} = (3,4)$$

הצג את הוקטור בהצגה פולרית OMG
ב. נתון וקטור שאורכו 10 מטרים ונמצא במישור בזווית 53 לציר X, מצא את ההצגה הקרטזית במרחב xy
ג.חשב בעזרת מכפלה סקלרית את הזווית בין הוקטורים

$$\vec{A} = (3,4,0), \vec{B} = (3,4,0)$$

ד. מצא את הנגזרת (לפי זמן) של הוקטור

$$\vec{r}(t) = (t^2, \cos(5t), 7)$$

פתרון:

תרגיל: קליעה לחישוק
אדם עומד על קרונית הנעה במהירות קבועה של 9.1 מטר לשנייה. הוא מעוניין לזרוק כדור כך שיעבור דרך חישוק הנמצא 4.9 מטרים מעל הנקודה ממנה הכדור עוזב את ידו. לא רק זה, הוא גם מעוניין שהכדור יעבור אופקית דרך החישוק. מהירות זריקת הכדור (יחסית לאדם הזורק) היא 10.8 מטר לשנייה. באיזה מרחק אופקי צריך האדם לשחרר את הכדור?

פתרון:

Xסוף