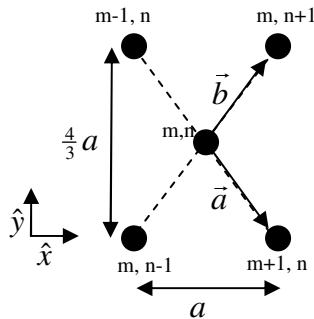


שאלה 1

נתון סריג דו מימדי מלבני ממורכז חד אטומי (ראו ציור). מסת כל אטום היא M . מיקום כל אטום הוא:

$$\vec{R}_{m,n} = m\vec{a} + n\vec{b}$$



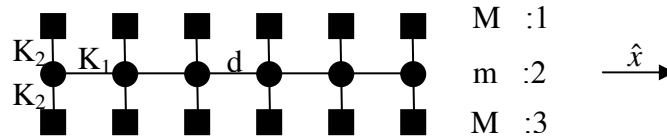
$$\vec{a} = \frac{a}{2}(\hat{x} - \frac{4}{3}\hat{y}) \quad \vec{b} = \frac{a}{2}(\hat{x} + \frac{4}{3}\hat{y})$$

נגביל עצמנו לתנודות במישור בלבד. הקוים המקווקים בציור מסמנים קפיצים. קבוע הכוח של כל הקפיצים הוא K . נניח עוד, כי התנודות מספיק קטנות, כך שאורך קפיץ מושפע רק מרכיב התנודה במקביל לקפיץ.

- א. רשמו ביטוי לפוטנציאל עבור תא יחידה כפונקציה של רכיבי x ו y של תזוזות האטומים השונים (קחו בחשבון רק את ארבעת השכנים הקרובים ביותר, כמצויין בציור).
- ב. רשמו את משוואות התנועה עבור רכיבי התזוזה.
- ג. הציבו פתרון מהצורה: $\vec{u}_{m,n} = \vec{\epsilon} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{R}_{m,n} - \omega t)}$, והגיעו למשוואות המכילות את $\omega, k_x, k_y, \epsilon_x, \epsilon_y$.
- ד. הראו כי המשוואות הללו ניתנות לרישום כמשוואת ערכים-עצמיים / וקטורים-עצמיים של מטריצה A . מהי המשמעות של הערכים העצמיים ושל הוקטורים העצמיים? רשמו את A במפורש.
- ה. עבור תנודה המתקדמת בכיוון \hat{x} הגדירו: $\vec{k} = k\hat{x}$. בשביל $k \neq 0$, חשבו את הערכים העצמיים ואת הוקטורים העצמיים של B כפונקציות של k .
- ו. בעזרת תשובתכם לסעיף ה', תארו בציורים את אופני התנודה הבסיסיים המתקדמים בכיוון \hat{x} .
- ז. ציירו על גרף אחד את שני ענפי יחס הדיספרסיה $\omega(\vec{k})$ בכיוון זה בתחום איזור ברילואין הראשון (בשביל $\vec{k} = k\hat{x}$, התחום הוא $0 < |k| < \frac{2\pi}{a}$).
- ח. חשבו את מהירות הקול לכל אופן תנודה בכיוון \hat{x} .

שאלה 2

הציור מתאר סריג חד מימדי תלת אטומי. המרחק בין כל שני אטומים שכנים בעלי מסה m הוא d . קחו בחשבון רק תנודות שבהן האטומים מתנדנדים לאורך ציר \hat{x} . קבוע הכוח (עבור תנודות אלו) בין שני אטומים שכנים בעלי מסה m הוא K_1 , וקבוע הכוח בין m ו M (לתנודות בכיוון \hat{x}) הוא K_2 .



- רשמו ביטוי לפוטנציאל עבור תא יחידה (קחו בחשבון רק שכנים קרובים ביותר).
- כתבו את משוואות התנועה עבור המסות 1, 2 ו 3.
- הציבו פתרונות מהצורה: $u_{j,n} = \varepsilon_j e^{i(k \cdot n \cdot d - \omega t)}$ ($j=1,2,3$), והגיעו למשוואות המכילות את $\omega, k, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$.
- הראו כי המשוואות ניתנות לרישום כמשוואת ערכים-עצמיים / וקטורים-עצמיים של מטריצה B. מהי המשמעות של הערכים העצמיים ושל הוקטורים העצמיים? רשמו את B במפורש.
- עבור $k=0$, חשבו את הערכים העצמיים ואת הוקטורים העצמיים של B.
- בעזרת תשובתכם לסעיף ה', תארו בציורים את אופני התנודה הבסיסיים של המערכת. מה מבדיל בין אופן התנודה ששייך לערך העצמי שמתאפס ב $k=0$ לבין שאר אופני התנודה?