

1.6 אנרגיה פוטנציאלית של כוחות מסוימים

כוח משמר עובד בין נקודות 1 ו-2:

$$W_{12} = \int_1^2 \underline{F} \cdot \underline{dr} = k_2 - k_1 = U_1 - U_2$$

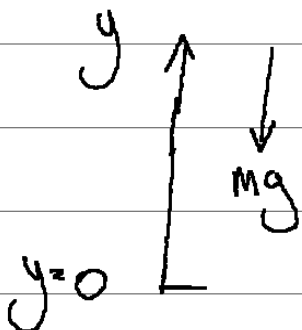
סימנים: אנרגיה פוטנציאלית קיימת רק לכוח משמר.

קולמה - כבידה:

$$U_{g,1} - U_{g,2} = \int_1^2 \underline{mg} \cdot \underline{dr} = \underline{mg} \cdot (\underline{r}_2 - \underline{r}_1)$$

אפשר לבחור את $U_{g,1}$, במקרה הזה תשוב.

בצדק כלם הבחירה הטבעית היא $U_g = 0$ בגובה הכי נמוך:


$$U(y) - U(0) = mgy$$
$$U(0) = 0 \Rightarrow \boxed{U(y) = mgy}$$

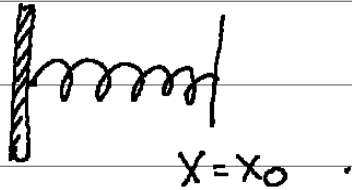
הכרחי - מודל פוטנציאל (קפיץ):

$$U_{k,1} - U_{k,2} = \int_{x_1}^{x_2} kx \, dx = \frac{1}{2} k x_2^2 - \frac{1}{2} k x_1^2$$

אם נבחר את המצב $U=0$ כמצב הפוטנציאל, נקבל:

$$U_k(x=x_0) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{U_k(x) = \frac{1}{2} k (x-x_0)^2}$$



אם נבחר $x_0=0$: $U_k(x) = \frac{1}{2} k x^2$

6.2. תוך שימוש אנרגיה עם כוחות לא משמרים

כאשר הכוח הקורס מורכב משני כוחות, חלקם משמרים, חלקם לא משמרים, u -ג, וחלקם לא משמרים, nc -ג, אלו הם:

$$\underline{F} = \underline{F}_u + \underline{F}_{nc}$$

$$W_{12} = \int_1^2 \underline{F}_u \cdot d\underline{r} + \int_1^2 \underline{F}_{nc} \cdot d\underline{r}$$

$$\Rightarrow W_{12} = [u(r_1) - u(r_2)] + W_{12,nc}$$

תוך שימוש אנרגיה:

$$E_2 - E_1 = (u_2 - u_1) + (k_2 - k_1)$$

$$= -W_{12} + W_{12,nc} + (k_2 - k_1) = W_{12,nc}$$

$$\Rightarrow E_2 = E_1 + W_{12,nc}$$

סיכום: אנרגיה לא משמרים קיימת תמיד!

ציונים: δ ו- h מוגדרים כמות כבידה F_g , כוח, F_k הכוח F_μ ו- F_ν כוחות קיבול, F_μ

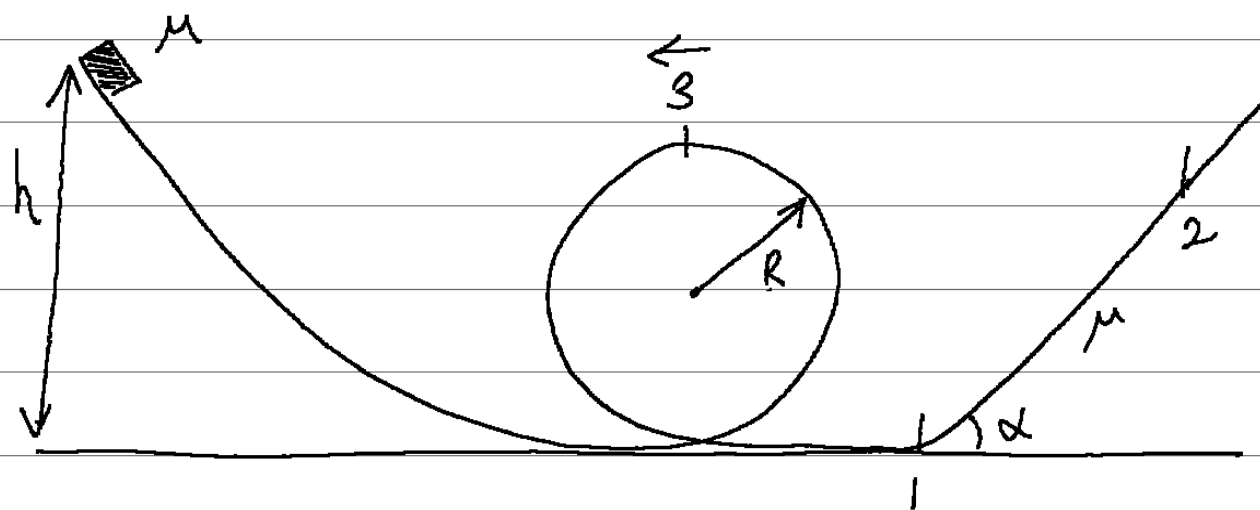
$$F_{tot} = F_g + F_\mu + F_k$$

כ"כ:

$$[k_2 + U_{g,2} + U_{k,2}] - [k_1 + U_{g,1} + U_{k,1}] = \int_1^2 F_\mu \cdot ds$$

סיומ δ : האנרגיה המכנית כוללת אנרגיות פוטנציאליות וקינטיקות של המערכת.

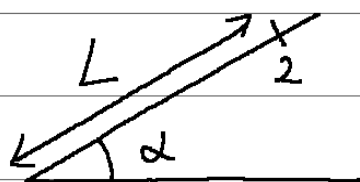
ציונים:



איזה מרחק h צריך ציבורי δ ו- h כדי שיהיה δ ו- h ?

תלך 1: מהתבונה, רצו לנקות רצ'ר (2):

$$E_1 = mgh$$



$$E_2 = mgL \sin \alpha$$

חוק שיאר אנלייה:

$$E_1 = E_2 + W_{12,nc}$$

$$\Rightarrow mgh = mgL \sin \alpha + W_{12,\mu}$$

$$W_{12,\mu} = \int \underline{F}_\mu \cdot d\underline{r} = -\mu |\underline{N}| L = -\mu L mg \cos \alpha$$

$$\Rightarrow mgh = mgL \sin \alpha - \mu mgL \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \underline{h = L (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}.$$

תנאי 2: $\mu < \tan \alpha$ 2 תנאי 3: $\mu > \tan \alpha$

$$E_3 = E_2 + W_{23, \mu}$$

$$= m g L \sin \alpha - \mu m g L \cos \alpha$$

$$\Rightarrow E_3 = m g h \left(\frac{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha} \right)$$

האנרגיה המינימלית היא:

$$E_3 = \frac{1}{2} m v_3^2 + m g (2R)$$

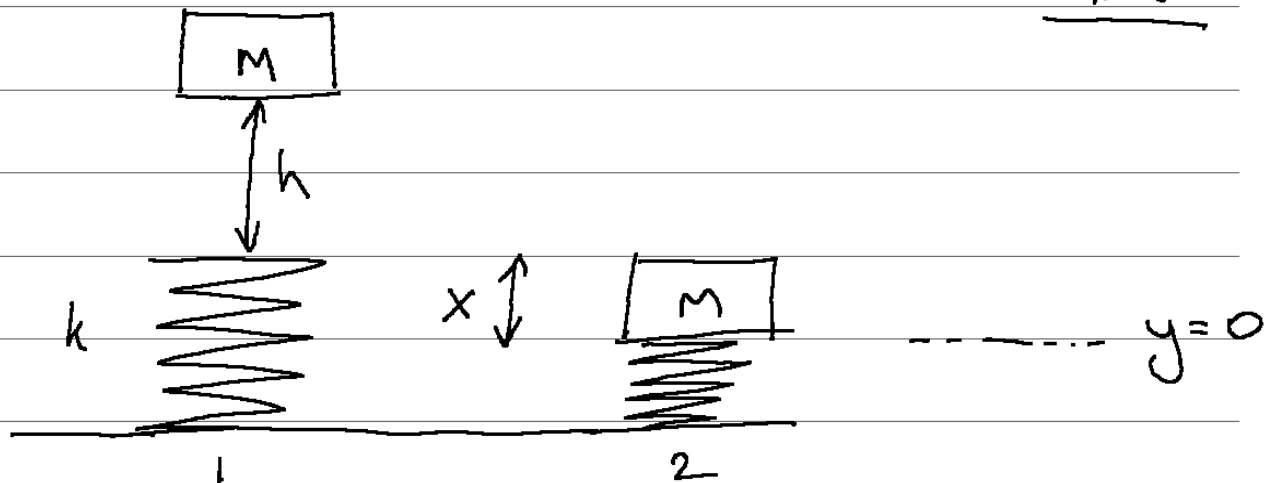
האנרגיה המינימלית היא (כאשר $v_3 = 0$):

$$v_3^2 \geq gR$$

$$\Rightarrow E_3 \geq \frac{1}{2} m g R + 2 m g R = \frac{5}{2} m g R$$

$$\Rightarrow h \geq \frac{5}{2} R \left(\frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\sin \alpha - \mu \cos \alpha} \right)$$

שאלה:



מהי ההתכוונות האנרגיה של הקפיץ?

כוח קפיץ וכוונת העבודה: $E_1 = E_2$

$$E_1 = Mg(h+x) \quad , \quad E_2 = \frac{1}{2}kx^2$$

$$\Rightarrow Mgh + Mgx = \frac{1}{2}kx^2$$

$$\Rightarrow x = \frac{Mg}{k} + \sqrt{\frac{Mg}{k} \left(\frac{Mg}{k} + 2h \right)}$$

6.3. כוח מאנרגיה פוטנציאלית במישור 2D

כוח של מישור מאנרגיה פוטנציאלית

$$u_1 - u_2 = \int_1^2 \underline{F} \cdot d\underline{r}$$

אפשר להפוך את זה ולהצב את הכוח מאנרגיה:

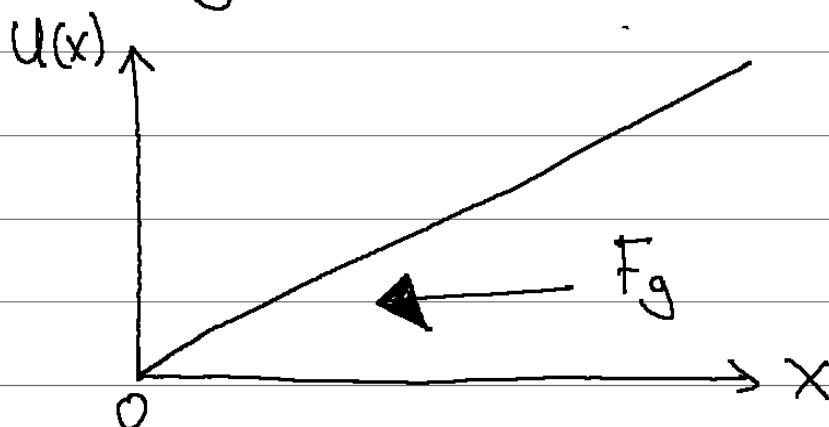
$$F = - \frac{du}{dx}$$

(אנחנו נעצרים במישור 2D.)

הכוח צומט לכוון מישור האנרגיה הפוטנציאלית.

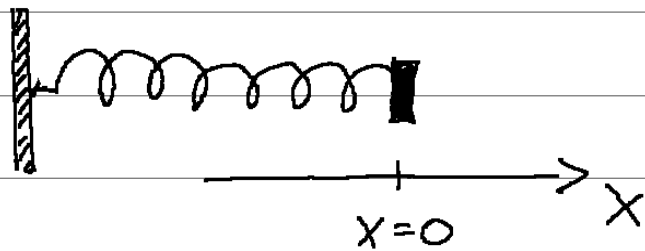
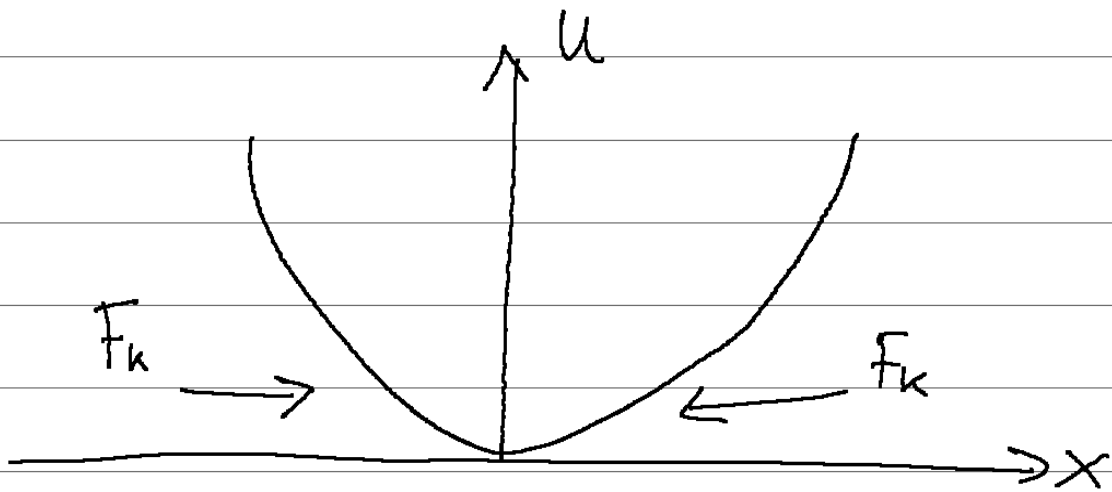
דוגמה: כוח כבידה

$$u = mgx$$



$$U = \frac{1}{2}kx^2$$

צורת עקום: פוטנציאל



הכוח מתאפס בנקודות מפנה:

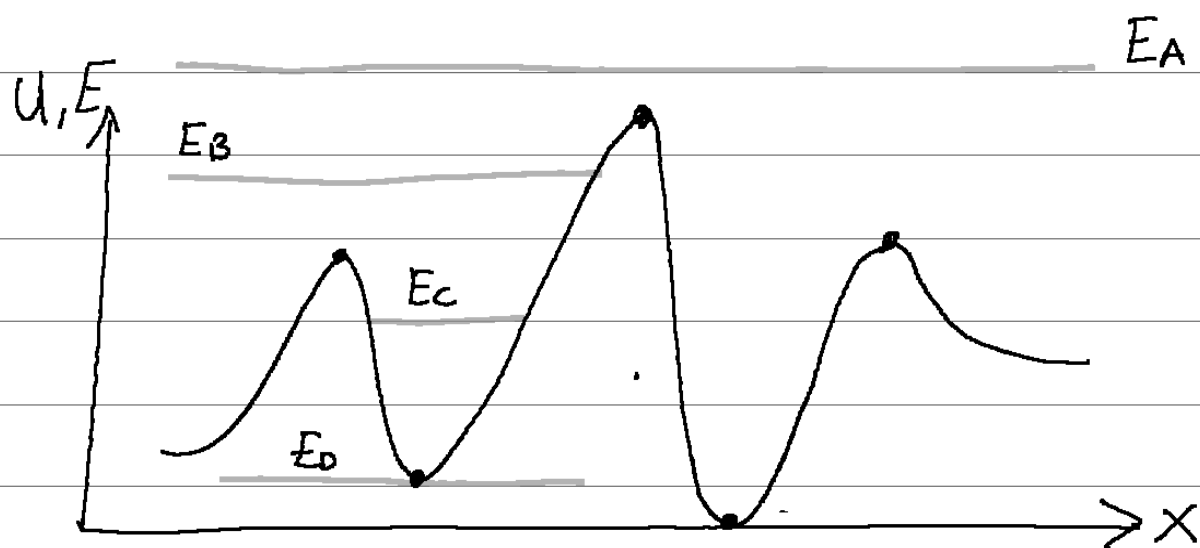


נקודות מפנה להם מקסימום, אם יציבות.

עמנוחה גבוה שלמד, ויש את חוק שימור האנרגיה המכנית:

$$E = k + u = \frac{1}{2}mv^2 + u = \text{const.}$$

אם האנרגיה המכנית היא קו ישר:



EA: האנרגיה המכנית תמיד יותר גדולה מהאנרגיה הפוטנציאלית: הגוף תמיד נע $v \neq 0$.

EB: בנקודה אחת האנרגיה המכנית שווה לפוטנציאלית, והגוף נעצר $v=0$, אבל עדיין עם תאוצה.

EC: הגוף נע בין שתי נקודות.

ED: הגוף לא נע.