

10.1 תמונה הרמונית פשוטה

נניח שתנועה של גוף מתארת עם יציב קואורדינטה אחת:

$$x(t)$$

אם התנועה עדימה בשיוואה:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

כאשר ω קבוע, אז התנועה היא תמונה

הרמונית פשוטה

הסתרון של השיוואה:

$$x(t) = X_{\max} \cos(\omega t + \phi_0)$$

הק' 22

$$\frac{dx}{dt} = -\omega X_{\max} \sin(\omega t + \phi_0)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 X_{\max} \cos(\omega t + \phi_0) = -\omega^2 x.$$

$$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad \checkmark$$

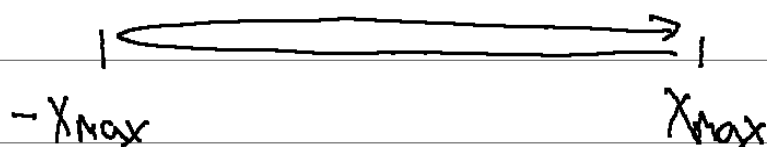
בתנאי: $x(t) = X_{\max} \cos(\omega t + \phi_0)$

X_{\max} זה המרחק המקסימלי של x .

ω זה התדירות של התנועה.

ϕ_0 היא הנדירות ב- $t=0$: נקודת התחלה.

$$\Delta t = T = \frac{2\pi}{\omega}.$$



10.2 כוחות ואנרגיה

משוואת תנועה הרמטית פלוס:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2}$$

תאוצה בגודל א: 3

$$F = ma$$

כוח, ניוטון 2:

אם אפס רגל מס:

$$F = -(m\omega^2)x$$

כוח כזה הוא כוח שלמר, אפס רגל מס!
אנרגיה פוטנציאלית:

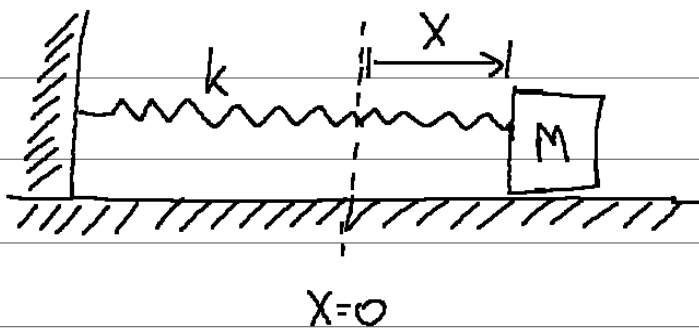
$$U = -(m\omega^2)x, \quad F = -\frac{dU}{dx}$$

האנרגיה המכאנית הכוללת:

$$E = \frac{1}{2} M V^2 + \frac{1}{2} (M \omega^2) x^2 = \text{const.}$$

10.3. תנודות פשוטות

יש לנו מסת מ נקודתית המחוברת למסגרת קבועה על ידי קפיץ עם קבוע ק k .
אנחנו רוצים למצוא את תנודותיה.



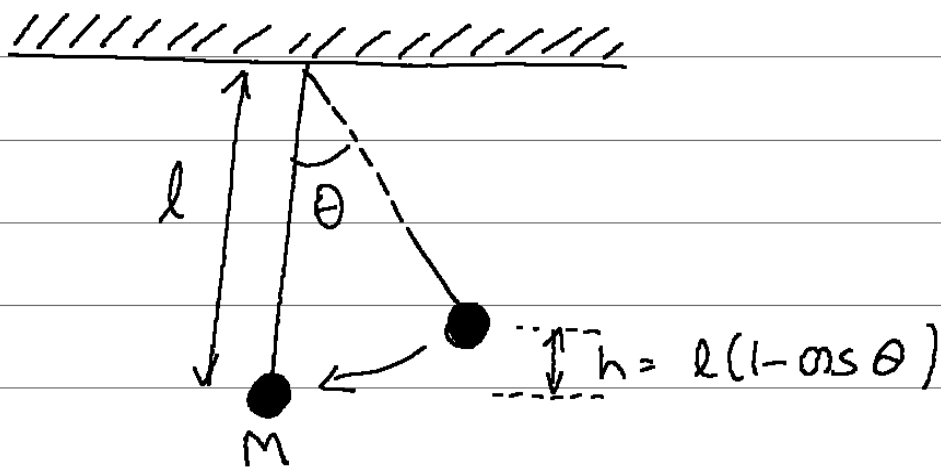
$$F = -kx.$$

$$k = M \omega^2$$

בהקרה הזו:

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$$

תרגיל 2



שימור אנרגיה מכנית:

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgl(1 - \cos\theta) = \text{const.}$$

שיטת קטנה: $1 - \cos\theta \sim \theta^2$

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgl\theta^2 = \text{const.}$$

מהירות כמעבורת סגורה:

$$v = l \frac{d\theta}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}ml^2 \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + mgl\theta^2 = \text{const.}$$

לצורך מציאת חוק השרשרת:

$$\frac{d}{dt} \left(\left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right) = 2 \left(\frac{d\theta}{dt} \right) \left(\frac{d^2\theta}{dt^2} \right) = 2\dot{\theta}\ddot{\theta}$$

$$\frac{d}{dt} (\theta^2) = 2\theta \left(\frac{d\theta}{dt} \right) = 2\theta\dot{\theta}$$

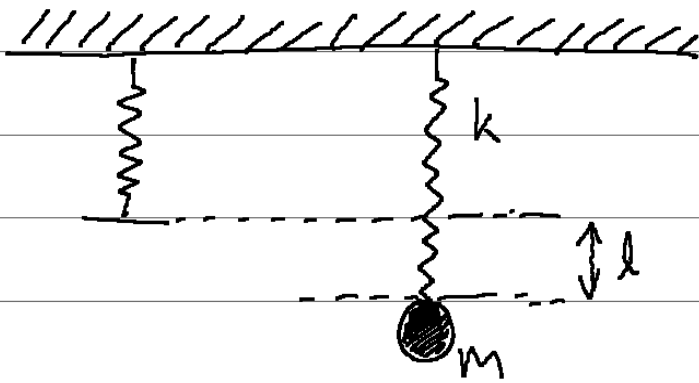
$$\Rightarrow \frac{1}{2} (ml^2) 2\dot{\theta}\ddot{\theta} + \frac{1}{2} mgl \cdot 2\theta\dot{\theta} = 0$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} + \left(\frac{g}{l} \right) \theta = 0$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

3 גוף תלוי על קפיץ:

תנועה הרמונית פשוטה תמיד סביב נקודת
שיווי משקל של כל הכוחות המופעלים על הגוף.



נקודת שיווי המשקל של הכוחות:

$$kl = mg \Rightarrow l = \frac{mg}{k}$$

אנרגיה מכנית לשמור:

$$E = \frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 - mgx + \frac{1}{2} k (l+x)^2 - \frac{1}{2} kl^2 = \text{const.}$$

↑
 $U_n(x=0) = 0.$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \text{const.}$$

$\omega^2 = k/m$ תדירות הרמונית בתצורות:

שאלה: האם מתנתב? כ:

$$X(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

שקראו בהתחלה לנקודת שיווי משקל, ומהירות
בהתחלה בכיוון חיובי של x . מה ϕ ?

$$X(t=0) = 0 \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

$$V = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$$

$$V > 0, t=0 \Rightarrow -\omega A \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) > 0 \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow \underline{\phi = \frac{3\pi}{2}}$$

תשובה: חס, קו, שמש, בין $x = +A, -A$ בתנועה

הרמונית פשוטה עם משך T ב $t=0$ הוא

שואל $x=0$ מה מהירות ב $t = \frac{3}{4}T$?

$$x(t) = X_{\max} \cos(\omega t + \phi)$$

$$X_{\max} = A, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}, \quad \phi = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x(t) = A \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{\pi}{2}\right)$$

מהירות

$$\frac{dx}{dt} = \frac{2\pi}{T} A \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{\pi}{2}\right) = v$$

$$t = \frac{3}{4}T \Rightarrow v = \frac{2\pi A}{T} \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = \underline{0}$$