אוניברסיטת בן-גוריון בנגב

הפקולטה למדעי הטבע

המחלקה לפיסיקה

זריקת כדור למרחק

חיבור לשם סיכום מעבדה ללימוד כתיבת דו"ח

מאת: דינה ברזילי (ת.ז. 496351)

מדריך מעבדה: היוברט פארנסוורת'

נובמבר 2011 תשרי תשע"ב

!!! חסרי מטרות הניסוי

חסר הסבר לשימוש בנוסחה הליניארית שבניסוי השני.
כל נוסחה שתשתמשו בה בניסוי צריכה להימצא ברקע התיאורטי.
!!!

2. רקע תיאורטי:

שגיאה:

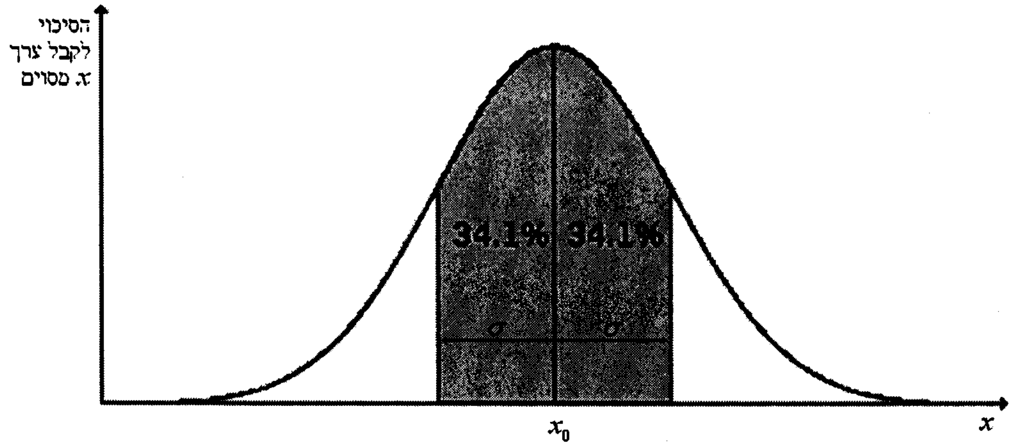
שגיאה היא גודל המתאר חוסר וודאות בערך כלשהו. על מנת לכסות על חוסר וודאות זו אנו אומרים כי מדידת הערך המדובר אינה מדויקת לחלוטין, ובמקום נציג טווח ערכים מסוים בו הוא נמצא.
אם טווח הערכים שלנו הוא $(X_{\min}, X_{\max})$. אז הערך שנציג יהיה אמצע הטווח, כלומר:
$X = \frac{1}{2}(X_{\min} + X_{\max})$, ושגיאת הערך תהיה מחזית מאורך הטווח, כלומר:
$\Delta X = \frac{1}{2}(X_{\max} - X_{\min})$.
נניח כי אנו מודדים את הגובה H, וקיבלנו את הגודל $186.2cm$ ואת השגיאה $1mm$. נציג את הערך ואת השגיאה יחד האופן הבא: $H = 186.2 \pm 0.1cm$

שגיאת מכשיר:

שגיאת מכשיר היא שגיאה הנגררת מרמת הדיוק המקסימאלית של מכשיר המדידה. לכל מכשיר מדידה רגישות הבחנה בין שני גדלים. הגודל המינימאלי הדרוש על מנת שנוכל להבדיל בין שני ערכים בעזרת מכשיר מדידה מסוים יהווה לנו כשגיאת המכשיר $\Delta x_{\text{מכשיר}}$.
אם נשתמש בסרגל בעל שנתות מילימטרים למדידה גודל מסוים, אז שגיאת המכשיר תהיה $1mm$.
אם נשתמש בשעון מחוגים רגיל על מנת למדוד זמן מסוים, אז שגיאת המכשיר שלנו תהיה 1sec.

שגיאה סטטיסטית:

במידה ונמדוד ערך מסוים מספר פעמים ונגלה כי שגיאת המכשיר קטנה מההפרשים שבין המדידות השונות נחשב שגיאה סטטיסטית לערך הנמדד. אם נסרטט גרף של הסיכוי לקבלת ערך מסוים כפונקציה של הערכים הנמדדים נקבל עקומה דמוית פעמון. פעמון זה נקרא גאוסיאן והוא מתאר התפלגות נורמאלית של ערכים סביב ערך x_0 מסוים.



גרף 1: הסיכוי לקבל ערך x מסוים כאשר מדובר בהתפלגות נורמאלית, כתלות בערך x

x_0 נקרא ערך התוחלת. סביב ערך התוחלת, בתוך סטיית התקן המסומנת באות σ מתפרסים כ- 68% מהערכים המתקבלים ממדידת x. כלומר, אם מדובר בהתפלגות נורמאלית, רוב המדידות של הערך x יתקבלו בקטע $(x_0-\sigma, x_0+\sigma)$. לכן נהוג לקחת את x_0 בתור תוצאת חישוב הערך המבוקש במדידה בעלת התפלגות נורמאלית.

במדידת ערך x במעבדה נבצע מספר סופי N של מדידות. לצורך חישוב הערך x_0 והשגיאה הסטטיסטית שלו $\Delta x_{\text{סטטיסטית}}$ נשתמש בנוסחאות הבאות:

$$x_0 \approx x_{\text{ממוצע}} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - x_0)^2}$$

$$\Delta x_{\text{סטטיסטית}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

<u>הערכת שגיאה בפונקציה של גודל נמדד:</u>

כאשר נתון לנו משתנה מסוים x אשר ממנו עלינו לחשב ערך אחר $f(x)$, בהינתן שגיאת המשתנה Δx עלינו לעשב גם את שגיאת הערך $\Delta f(x)$.

כלומר, בהינתן משתנה ושגיאתו, x ו - Δx, בחישוב פונקציה התלוי במשתנה $f(x)$ אנו נדרשים גם לחשב את שגיאתה $\Delta f(x)$.
לחישוב זה נרצה לדעת כיצד שינוי המשתנה משפיע על הפונקציה, ואת התוצאה לכפול בשגיאה. נזכור כי שגיאה היא גודל חסר כיוון ונגדיר:

$$\Delta f = \left|\frac{df}{dx}\right| \Delta x$$

כאשר הפונקציה מוגדרת על ידי יותר ממשתנה אחד, כלומר $f(x, y, z, \ldots)$, נחשב את השפעתה של שגיאה בכל משתנה לחוד, ולבסוף נשכלל אותם יחד באופן הבא:

$$\Delta f = \sqrt{\left(\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| \Delta x\right)^2 + \left(\left|\frac{\partial f}{\partial y}\right| \Delta y\right)^2 + \left(\left|\frac{\partial f}{\partial z}\right| \Delta z\right)^2 + \ldots}$$

<u>שגיאה כוללת:</u>

כאשר עלינו להשתמש בשגיאות מגורמים שונים, נשכלל את תרומתה של כל שגיאה בשגיאה הכוללת בעזרת הנוסחה הבאה:

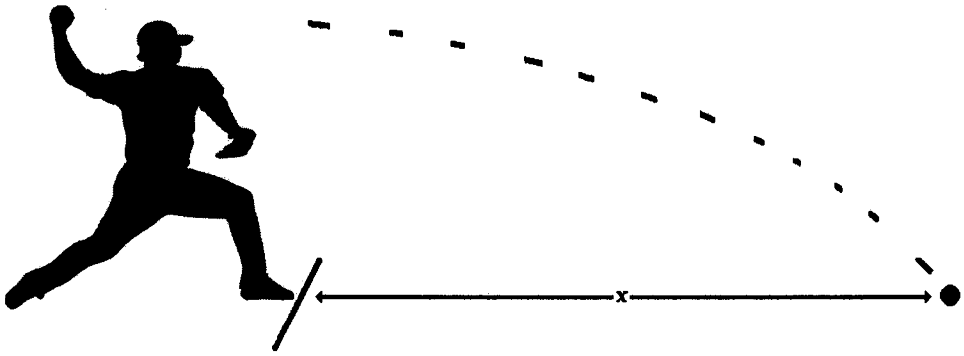
$$\Delta x = \sqrt{\Delta x_{\text{סטטיסטית}}{}^2 + \Delta x_{\text{מכשיר}}{}^2 + \Delta x_{\text{מחושבת}}{}^2 + \ldots}$$

נזכור כמובן כי אם אחד מגורמי השגיאה אינו רלוונטי, לא נכלול אותו בחישוב

3. מהלך הניסוי:

ניסוי א': חישוב שגיאה סטטיסטית:

עידן יעמוד מאחורי קו הזריקה ובצמוד לו ויזרוק כדור.



איור 1: מערכת הניסוי בניסוי א'.

לאחר מכן ימדוד את המרחק אליו הגיע כדור הנייר מהקיר בעזרת מטר. על הניסוי יחזור עידן 15 פעמים.

ניסוי ב': חיזוי מרחק זריקה:

נזרוק כדור ונמדוד איפה נפל. על הניסוי נחזור 5 פעמים.

!!!

חלק זה לא מאויר מספיק ברור. כדאי להוסיף שרטוט מערכת,
או הסבר מפורש שיהיה ברור מה המשתנים ומה משמעותם.

4. תוצאות:

!!!

זכרת לשים שגיאה ויחידות, יפה מאוד!

ניסוי א' - חישוב שגיאה סטטיסטית:

x - המרחק אליו הגיע כדור הנייר מהקיר

$\Delta x_{\text{מכשיר}}[cm]$	$x[cm]$	מדידה מספר
0.1	303.1	1
0.1	298.5	2
0.1	322.4	3
0.1	308.8	4
0.1	302.7	5
0.1	296.6	6
0.1	311.9	7
0.1	301.3	8
0.1	298.2	9
0.1	306.5	10
0.1	297.8	11
0.1	306.5	12
0.1	309.6	13
0.1	305.4	14
0.1	297.4	15

ניסוי ב' - חיזוי מרחק זריקה:

$\Delta y[cm]$	$\Delta x[cm]$	$y[cm]$	$x[cm]$	מדידה מספר
0.1	0.1	309	100	1
0.1	0.1	326	70	2
0.1	0.1	345	60	3
0.1	0.1	353	40	4
0.1	0.1	277	120	5

5. עיבוד תוצאות:

ניסוי א' - חישוב שגיאה סטטיסטית:

$$x_0 = x_{\text{ממוצע}} = 304.4467\text{cm}$$

!!!
חסרים שלבי ביניים
בחישוב σ.

$x[cm]$	מדידה
303.1	1
298.5	2
322.4	3
308.8	4
302.7	5
296.6	6
311.9	7
301.3	8
298.2	9
306.5	10
297.8	11
306.5	12
309.6	13
305.4	14
297.4	15

$$\sigma = 6.955354\text{cm}$$

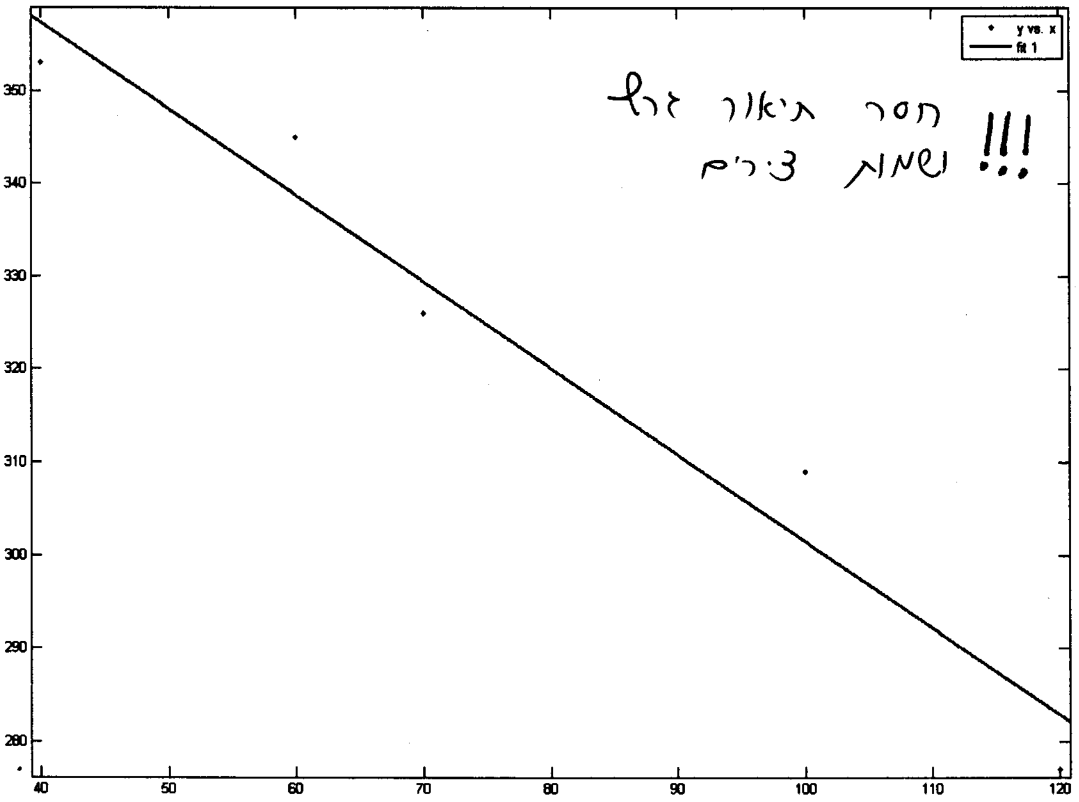
$$\Delta x_{\text{סטטיסטית}} = 1.795865\text{cm}$$

$$\Delta x_{\text{כולל}} = 1.798647\text{cm}$$

$$\boxed{x_0 = 304.446 \pm 1.798\text{cm}}$$

בתוצאה הסופית
יש יותר מידי ספרות. !!!

ניסוי ב' - חיזוי מרחק זריקה:



גרף 2: הערך y כתלות בערך x

General model:
    f(x) = a*x+b
Coefficients (with 95% confidence bounds):
    a =   -0.9314 (-1.296, -0.5666)
    b =   394.6 (364.3, 424.9)

Goodness of fit:
  SSE: 160.8
  R-square: 0.9565
  Adjusted R-square: 0.9421
  RMSE: 7.321

קיבלנו את התלות:

$$y = a \cdot x + b$$

כאשר

$$a = -0.93 \pm 0.36$$

$$b = 394.6 \pm 30$$ חסרות היחידות

כעט נחזה מה תהיה תוצאת הזריקה ממרחק של 0 ס"מ.

$$y = a \cdot 0 + b = 395cm$$

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial a}\Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial b}\Delta b\right)^2} = \sqrt{(x \cdot \Delta a)^2 + (\Delta b)^2} =$$

$$= \sqrt{(0 \cdot \Delta a)^2 + (\Delta b)^2} = \Delta b = 30cm$$

קיבלנו:

$$\boxed{y = 394.6 \pm 30cm}$$

הערך הסופי לא
עוגל כמו שצריך !!!
(לפי השגיאה)

מסגרת תשובה סופית !!!
יפה מאוד!

6. דיון בתוצאות

מטרת דו"ח זה היא לשמש דוגמא לתצורה בה ראוי להגיש דו"ח מעבדה. מתוקף זה הדוח מהווה דו"ח מקדים לשאר הדוחות במעבדה ולכן נגע פחות בפיסיקה ויותר במתמטיקה אותה יפגשו הסטודנטים בעבודתם במעבדה.

בניסוי השני התמקדנו ביצירת התאמה ליניארית לרצף נתונים, ובחיזוי תוצאות על סמך ההתאמה תוך שימוש בחישוב שגיאה לפונקציה מרובת משתנית.
הניסוי עסק בזריקת כדור במרחק מסוים מקו הזריקה. מעניין יהיה לחזור על הניסוי תוך זריקה ממצב ישיבה או עמידה על כיסא ולבדוק את השפעת גובה הזריקה על התוצאות.
בהתאמה הליניארית שעשינו בחלק זה קיבלנו את הערך $R^2 = 0.96$ שקירבתו לערך 1 מראה לנו על טיב ההתאמה.
מעניין יהיה להוסיף נתונים לגרף ולעשות את ההתאמה הליניארית מחדש ולראות איך הדבר ישפיע על טיב ההתאמה.
בעזרת ההתאמה הליניארית ניסינו לחזות את מרחק הזריקה מקו הזריקה (כלומר כאשר $x = 0\text{cm}$). קיבלנו כמובן כי מרחק הזריקה y היה זהה לערך b. דבר שאינטואיטיבית כולנו לחזות מראש אבל רצינו להדגים שגיאה חישובית. אולי בניסוי הבא כדאי להדגים זאת על ערך x שונה מאפס ולהראות כמה שונה תהיה התוצאה.

חסר דיון בתוצאות לחלק הראשון. !!!