

## מדידת צפיפות גופים וחשבון שגיאות

### **מילות מפתח:**

חשבון שגיאה, צפיפות מסה.

**הציוד הדרוש:** קליבר, מיקרומטר, 2 כדורי מתכת, קוביית עץ, קוביית ברזל, גליל חלול, מוט דק, 2 גלילים בעלי נפח שווה וממדים שונים, מאזני Triple Beam, מאזניים אנליטיים.

### **מטרות הניסוי:**

- להכיר מכשירי מדידה בסיסיים: קליבר, בורג מיקרומטרי, מאזני Triple Beam ומאזניים אנליטיים.
- להכיר את סקלת הנוניוס בקליבר.
- ללמוד להעריך את השגיאות בגדלים נמדדים ובגדלים מחושבים.

## 1. תיאוריה

### 1.1 צפיפות מסה

צפיפות המסה  $\rho$  של גוף היא היחס שבין מסת הגוף לנפחו.

$$(1) \quad \rho = \frac{m}{V}$$

הצפיפות היא תכונה של החומר ממנו עשוי הגוף ואינה תלויה במימדיו של הגוף. בטבלה הבאה נתונות הצפיפויות של מספר חומרים:

החומר	פלדה	פליז	אלומיניום	עץ
הצפיפות ( $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ )	7.87	8.4	2.72	0.79

בניסוי זה הוכנו גופים מ-4 חומרים שונים המופיעים בטבלה שלעיל. נמדוד בניסוי את צפיפות המסה של כדור, מוט גלילי, גליל, קוביה וגליל חלול. המדידה תתבצע ע"י מדידת המימדים הפיזיים של הגופים באמצעות קליבר ו/או בורג מיקרומטרי ומדידת מסת הגופים באמצעות מאזניים. חישוב נפח הגופים ייעשה בעזרת נוסחאות גיאומטריות וחישוב הצפיפות בעזרת משוואה (1).

נוסחאות נפח הגופים בהם תשתמש בניסוי הן:

נפח כדור ברדיוס  $R$ :

$$(2) \quad V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

-צפיפות גופים וחשבון שגיאה-

נפח גליל ברדיוס  $R$  ובאורך  $L$

$$(3) \quad V = \pi R^2 L$$

נפח גליל חלול בגובה  $H$ , רדיוס חיצוני  $R$  ורדיוס פנימי  $r$

$$(4) \quad V = \pi(R^2 - r^2)H$$

דגש יושם בניסוי זה על הערכת השגיאה בגדלים הנמדדים ובגדלים המחושבים מהם. וכן על רישום נכון של כל הגדלים הפיזיקליים כולל יחידות וספרות משמעותיות. הסבר מפורט בנושא חישובי שגיאות ורישום נכון תמצא בקובץ "תאוריית חשבון שגיאה" באתר המודל.

### 1.2 שאלות הכנה

- עייין בתדריך בנושא חישוב שגיאות ורשום את הנוסחה לחישוב השגיאה בנפח גליל חלול כאשר ישנן שגיאות במדידת הרדיוס החיצוני, הפנימי וגובה הגליל. העזר בשיטת הנגזרות החלקיות.
- הראה שהשגיאה היחסית בנפח כדור גדולה פי 3 מהשגיאה היחסית ברדיוס (השגיאה היחסית מוגדרת כשגיאת המדידה חלקי ערך המדידה).
- סטודנט מעוניין לחשב את הצפיפות של קוביית עץ ואת השגיאה. לשם כך הוא מודד 3 פעמים באופן בלתי תלוי את האורך הרחב והגובה של הקובייה. המדידה התבצעה בסרגל עם שגיאה של  $\pm 0.01 \text{ cm}$ . להלן התוצאות שקיבל ביחידות ס"מ:

אורך (ס"מ)	רוחב (ס"מ)	גובה (ס"מ)
4.05	3.95	4.15
3.95	4.1	3.9
4.0	3.95	3.95

- מה השגיאה בצפיפות הקובייה? כאשר מסת הקובייה נמדדה והממוצע שלה הוא 50.56 גרם והשגיאה 0.01 גרם.  
מהי השגיאה היחסית בצפיפות?

- נתון כדור בעל קוטר  $d = 10 \pm 0.1 \text{ cm}$  העשוי מפליז (צפיפות  $\rho = 8.4 \pm 0.5 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ ),

חשב את מסת הכדור והשגיאה בחישוב?

- סטודנט מדד אורך של חפץ מסוים וקיבל את התוצאות הבאות ביחידות ס"מ:

11.8	11.0	11.4	11.7	11.2
------	------	------	------	------

בהנחה שאין תלות בין המדידות ודיוק המכשיר הוא 0.1 ס"מ. מה השגיאה הכוללת של החפץ הנמדד?

## -צפיפות גופים וחשבון שגיאה-

6. נתונה נוסחא:  $C = 2 \cdot k \cdot a \cdot e^{-(b/2)}$  כאשר  $a$  ו  $b$  ו-  $k$  גדלים נמדדים בלתי תלויים וחסרי יחידות. אם נמדדו הערכים הבאים:  $a = (10.0 \pm 0.5)$  ו-  $b = (1.0 \pm 0.2)$   $k = (0.9 \pm 0.1)$  מה תהיה השגיאה ב-  $C$  ?

7. נתונה נוסחא:  $C = k^2 \cdot a \cdot e^{-0.1b}$  כאשר  $a$  ו  $b$  ו-  $k$  גדלים נמדדים חסרי יחידות. בהנחה כי  $a$  ו  $b$  הם גדלים תלויים אך שניהם בלתי תלויים בגודל  $k$ . אם נמדדו הערכים הבאים:  $a = (10.0 \pm 0.5)$ ,  $b = (1.0 \pm 0.2)$ , ו-  $k = (0.9 \pm 0.1)$  מה תהיה השגיאה ב-  $C$  ?

8. לתלמידי פיזיקה בלבד: חובה לבצע ולהגיש את קובץ השאלות לחישוב שגיאות בעזרת תוכנה, המופיע באתר המודל בתוך יחידת הוראה "שגיאות".

## 2. מהלך הניסוי

### 2.1 חישוב צפיפות המסה של כדור

- מדוד את קוטר הכדור הגדול בעזרת קליבר. שים לב לשימוש נכון בסקלת הנוניוס של הקליבר (היעזר בנספח בסוף תדריך זה).
- הערך את שגיאת המדידה בקוטר הכדור. שגיאת המדידה נובעת משגיאת המכשיר כלומר החלוקה העדינה ביותר של שנתות הקליבר (בדוק מהי החלוקה העדינה), אך תיתכן שגיאה הנובעת גם מהאדם המודד. במידה ואתה חושב שישנה שגיאה הנגרמת מהאדם המודד הערך את גודלה והוסף לשגיאת המכשיר.
- שקול את הכדור באמצעות מאזני Triple Beam, במאזניים אלו יש להניח את הכדור במרכז ולאזן את הזרוע באמצעות הזזת המשקולות על גבי הזרוע.
- הערך את השגיאה במדידת המסה. שים לב לחלוקה העדינה של המאזניים, האם תיתכן שגיאה הנובעת מהאדם המודד כגון קושי בקביעת נקודת האיזון, קריאה תוך כדי שהזרוע מתנדנדת וכד' ? הערך שגיאה זו.
- חשב את נפח הכדור בעזרת משוואה (2), שים לב שמדדת את הקוטר ואילו בנוסחה מופיע הרדיוס. חשב את הרדיוס ואת השגיאה.
- חשב את צפיפות הכדור ואת השגיאה בצפיפות. השווה לצפיפות של חומרים ידועים, מאיזה חומר לדעתך עשוי הכדור ?

- מהי השגיאה היחסית בצפיפות? מהי השגיאה היחסית בקוטר הנמדד? מהי השגיאה היחסית במסה? איזו מהמדידות היא הגורם העיקרי לשגיאה בצפיפות? הסבר.

### 2.2 חישוב צפיפות המסה של מוט גלילי דק (מוזהב)

- מדוד את אורך המוט בעזרת קליבר. הערך את שגיאת המדידה.
- מדוד את קוטר המוט בעזרת קליבר, הערך את השגיאה.
- שקול את המוט באמצעות מאזניים אנליטיים, הערך את השגיאה במדידת המסה, שים לב שכאן רגישות המכשיר היא הספרה הימנית ביותר. בדוק האם רשום על המאזניים הערכת הדיוק ע"י היצרן, מהי?
- חשב את נפח המוט בעזרת משוואה (3), שים לב שמדדת את הקוטר ואילו בנוסחה מופיע הרדיוס. חשב את הנפח והערך את השגיאה.
- חשב את צפיפות המוט ואת השגיאה בצפיפות. השווה לצפיפות של חומרים ידועים, מאיזה חומר לדעתך עשוי המוט?
- מדוד את קוטר המוט בעזרת בורג מיקרומטרי, הערך את השגיאה. חשב את הצפיפות באמצעות תוצאה זו. האם יש הבדל בין הצפיפות המחושבת באמצעות מדידת הקוטר בקליבר לבין המדידה בעזרת הבורג המיקרומטרי? האם יש הבדל בהערכת השגיאה בצפיפות?
- חשב את השגיאה היחסית בכל אחד מהגדלים הנמדדים (קוטר בשתי דרכים, אורך, מסה) וכן את השגיאה היחסית בצפיפות. האם תוכל לומר מי מהמדידות היא הגורם העיקרי לשגיאה? חשוב כיצד יש להתאים את מכשיר המדידה לגודל הנמדד.

### 2.3 חישוב הצפיפות של גליל חלול

- מדוד את הקוטר החיצוני והפנימי של הגליל בעזרת קליבר. שים לב למדוד את הקוטר הפנימי בעזרת הקרניים הפנימיות של הקליבר. מדוד את גובה הגליל בעזרת הקליבר. הערך את השגיאה בגדלים הנמדדים.
- שקול את הגליל באמצעות מאזני Triple Beam, הערך את השגיאה במדידת המסה.
- חשב את נפח הגליל בעזרת משוואה (4), שים לב שמדדת את הקוטר ואילו בנוסחה מופיע הרדיוס. חשב את הנפח ואת השגיאה.

## -צפיפות גופים וחשבון שגיאה-

- חשב את צפיפות הגליל ואת השגיאה בצפיפות. השווה לצפיפות של חומרים ידועים, מאיזה חומר לדעתך עשוי הגליל ?

### 2.4 חישוב צפיפות המסה של גלילים בעלי נפח ומשקל שווה

לרשותך 2 גלילים בעלי נפח שווה אולם אחד עם שטח בסיס גדול וגובה קטן(דומה לדסקה) והשני שטח הבסיס קטן יותר אך גבוה יותר.

- חשב את הנפח של הגלילים על ידי מדידת קוטרם וגובהם בעזרת קליבר. הערך את שגיאות המדידה.
- חשב את השגיאות בנפח. מה מסקנתך מהתוצאות? בצע דיון בתוצאות והסק מסקנות.
- שקול את הגופים באמצעות מאזניים אנליטיים, הערך את השגיאות במדידת המסה, זכור רגישות המכשיר היא הספרה הימנית ביותר.
- חשב את צפיפות הגופים ואת השגיאות בצפיפות. מה מסקנתך מהתוצאות? בצע דיון בתוצאות והסק מסקנות.

### 2.5 חישוב צפיפות המסה של קוביות בעלי נפח שווה ומשקל שונה

לרשותך 2 קוביות בעלי נפח שווה אולם אחת עשויה ממתכת והשנייה מעץ.

- חשב את הנפח של הקוביות על ידי מדידת אורך רוחב וגובה בעזרת קליבר. הערך את שגיאות המדידה.
- חשב את השגיאות בנפח של שני הגופים. מה מסקנתך מהתוצאות? בצע דיון בתוצאות והסק מסקנות.
- שקול את הגופים באמצעות מאזניים מכניים, הערך את השגיאות במדידת המסה.
- חשב את צפיפות הגופים ואת השגיאות בצפיפות. מה מסקנתך מהתוצאות? בצע דיון בתוצאות והסק מסקנות.

**2.6 מציאת צפיפות אלומיניום באמצעות גרף**

- מדוד את המימדים של שני גלילי אלומיניום (מתכת כסופה) בעלי מסה ונפח שונים הנמצאים בערכה.
- בנוסף בקש מהמדריך עוד 4 גלילי אלומיניום שונים ומדוד את מימדיהם.
- סכם את התוצאות בטבלה.

$V$ (נפח $cm^3$ )	$m$ (מסה $gr$ )	
		גליל 1
		גליל 2
		גליל 3 וכך הלאה

- ערוך גרף של  $m$  כפונקציה של  $V$  ובצע התאמה לינארית לתוצאות.
- רשום את שיפוע הגרף שקיבלת, ומה מבטא שיפוע הגרף הזה?  
מה השגיאה בשיפוע הגרף?

**הערה:** באתר המודל מופיע הסבר וסרטוני הדגמה אודות השימוש בתוכנות לניתוח הנתונים וקבלת ערכי השגיאות בנתונים ובשיפוע הגרף.

- ידוע ששלושת הגופים הנ"ל עשויים מאלומיניום, השווה את התוצאה שקיבלת בסעיף זה עם שאר התוצאות שקיבלת בסעיפים האחרים עבור חומר זה.

### 3. ניסוי הרחבה – יבוצע על פי דרישת המדריך (ניסוי קבוצתי).

#### 3.1 מדידת g של כדור הארץ תוך התחשבות בהשפעות סטטיסטיות

**הציוד הדרוש:** סרגל, כדור מפלסטלינה, שעון עצר, מטר, תופסן, מאזניים דיגיטליים, גליל של חוט.

**מטרות הניסוי:**

מדידת g של כדור הארץ, והשפעת הגורם הסטטיסטי על התוצאות.

**מהלך הניסוי:**

**הערה:** כל זוג יבצע את הניסוי וישתף תוצאותיו עם זוגות אחרים.

- הפל את הכדור 100 פעמים מגובה מסוים ומדד את זמן נפילתו עבור כל נפילה.

**ניתוח תוצאות:**

- הצג את תוצאות זמן הנפילה עבור ה-100 מדידות.
- בנה דיאגרמת השכיחויות (היסטוגרמה) עבור ה-20 המדידות הראשונות, ה-40 המדידות הראשונות, וכך הלאה עד ה-100 המדידות בקפיצות של 20.
- שתף את תוצאותיכם עם שאר הזוגות
- בחן כיצד משתנה דיאגרמת השכיחויות (היסטוגרמה) עבור 20, 40, 60, 80 ו-100 המדידות.
- חשב את סטיית התקן עבור כל היסטוגרמה ובנה גרף שמתאר את הקשר בין מספר המדידות לסטיית התקן.
- בנה גרף לינארי שממנו ניתן לחלץ את תאוצת הכבידה. העזר בנוסחה  $h = \frac{gt^2}{2}$  כאשר h הוא גובה נפילת הכדור ו-t זמן ממוצע למשך הנפילה מגובה מסוים.

#### 3.2 חישוב אורך החוט של מטוטלת מתמטית מתוך מדידת זמן המחזור

**הציוד הדרוש:** חוט, משקולת, סרגל, שעון עצר, מעמד לתליית חוט, מד זווית, מאזניים דיגיטליים, סרט דביק.

### מטרות הניסוי:

מדידת התלות של זמן המחזור באורך החוט במטוטלת מתמטית, ובחינת ההשפעה של השגיאה בניסוי.

**הערה:** ידוע שזמן המחזור של מטוטלת מתמטית בזווית הטייה קטנות הוא

$$(5) \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

כאשר  $l$  זה אורך החוט במטרים ו- $g$  - תאוצת הכובד השווה ל- $9.8 \frac{m}{sec^2}$

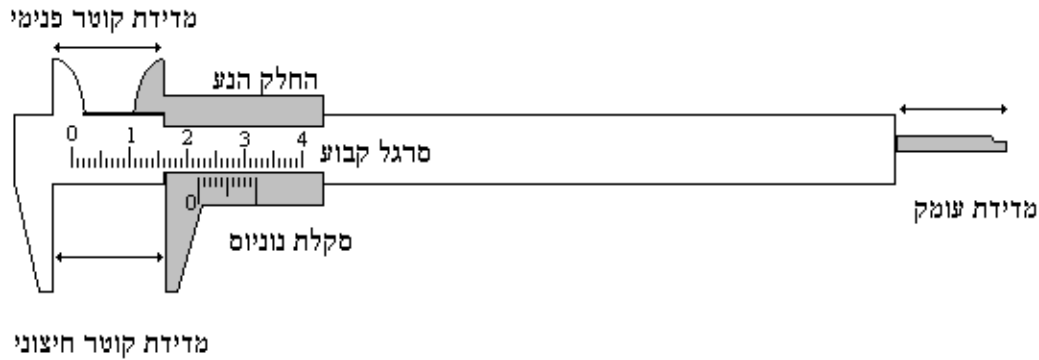
### מהלך הניסוי:

- בחר משקולת.
- שקול את המשקולת שבחרת, וקשור אותה לחוט ארוך, מדוד את אורך החוט.
- קשור את החוט למעמד כך שהמשקולת תהיה תלויה באויר.
- הטה את המשקולת ומדוד את זווית ההטייה (עד  $30^\circ$ ).
- שחרר את המשקולת ומדוד את הזמן שלקח למטוטלת להשלים 2 מחזורים. חשב את זמן המחזור ממדידה זו ואת השגיאה בזמן זה.
- הטה את המשקולת לאותה זווית הטייה כמו קודם.
- שחרר את המשקולת ואפשר למטוטלת להשלים 20 מחזורים. מדוד את הזמן שלקח למטוטלת להשלים 20 מחזורים וחשב את זמן המחזור.
- חשב את אורך החוט מתוך מדידת הזמן שביצעת בכל אחד משני המקרים.
- רשום את השגיאה באחוזים ב-2 המקרים.
- השווה את התוצאות בין שני המקרים לאורך החוט שמדדת.
- בצע דיון בגודל של השגיאה ב- $l$  שחישבת.
- שתף את המידע עם חבריך.
- ❖ האם לדעתך יש קשר בין השגיאה למסה שבחרת?
- ❖ כיצד יושפעו התוצאות לדעתך אם נבחר זוויות הסטה גדולות יותר? האם  $T$  יגדל או יקטן?



#### 4. נספח - סקלת נוניוס

סקלת נוניוס הינה שיטה לאפשר חלוקה של סרגל ליחידות קטנות ללא צורך לשרטט את השנתות. לדוגמא במד קליבר ישנו סרגל קבוע המחולק למילימטרים, וישנו חלק נע המחליק על גבי הסרגל ואמצעותו ניתן לתחום את הגוף הנמדד (בצורה זו ניתן למדוד קוטר של גוף עגול, דבר שאינו אפשרי בסרגל רגיל) ראה איור 1.

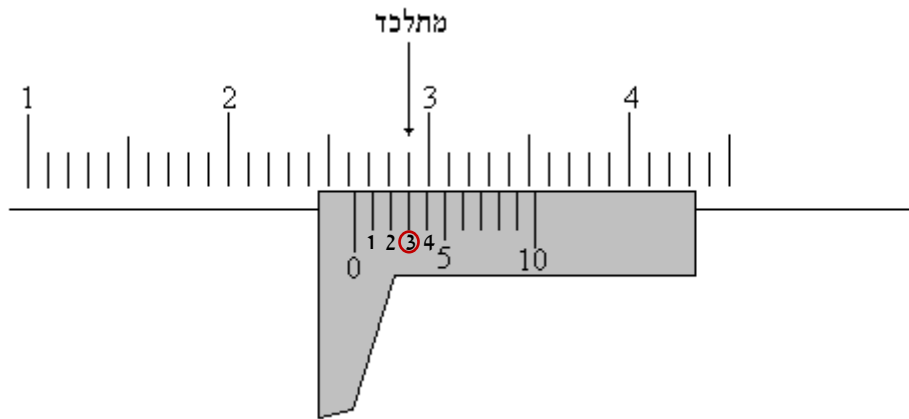


איור 1: מד קליבר.

על החלק הנע ישנו קו המסומן ב 0 ומיקומו על גבי הסרגל הוא קריאת הקליבר במילימטרים. כיצד נוכל לקרוא מרחקים הקטנים ממילימטר ? ובכן, על החלק הנע בסמוך לקו ה-0 מצויר קטע הנראה כסנטימטר נוסף המחולק למילימטרים, אך שים לב אורכו של הקטע אינו סנטימטר כי אם 9 מילימטרים, קטע זה מחולק ל 10 חלקים שווים. אורכה של כל חלוקה קצר ב - 10% מאורך החלוקה הרגילה כלומר 0.9 מ"מ.

שיטת קריאת הסקלה היא: לאחר מיקום קו ה-0, בודקים מי מהשנתות על החלק הנע מתלכדת עם קו כלשהו על הסרגל הקבוע. הקו שמתלכד זהו מספר עשיריות המ"מ שיש להוסיף לקריאת קו ה-0. ראה ציור 2.

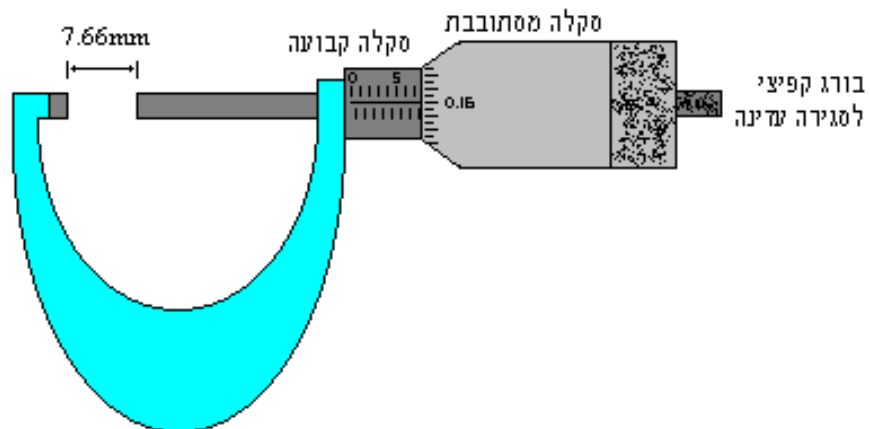
## -צפיפות גופים וחשבון שגיאה-



**איור 2:** הקו השלישי מתלכד, הקריאה היא 2.63 ס"מ.

רגישות הקליבר היא אם כן 0.1 מ"מ. נציין שישנן סקלות נוניוס שונות, לדוגמא אם על החלק הנע מחולק קטע באורך 19 מ"מ ל 20 חלקים, הרגישות תהיה 0.05 מ"מ, וכד'.

בורג מיקרומטרי - סגירת הבורג נעשית ע"י הבורג הקפיצי העדין למניעת עיוות החפץ הנמדד. כל סיבוב של הבורג מקטין את הרווח ב 0.5 מ"מ, על היקף הבורג ישנן שנתות של 0.01 מ"מ וזוהי רגישות המכשיר. לאורך הבורג ישנן שנתות בהן ניתן לקרוא חצאי מ"מ.



**איור 3:** בורג מיקרומטרי