

תאריך הבחינה : 15.2.2022
 שמות המרצים : ד"ר אבגני כץ, ד"ר אלעד שופן
 שמות המתרגלים : שמעון חבר, מריאנה בלפרמן
 שם הקורס : מבוא לשיטות מתמטיות בפיזיקה
 מספר הקורס : 203.1.1141
 שנה : 2022 סמסטר : א' מועד : א'
 משך הבחינה : 4 שעות

הנחיות כלליות

- יש לרשום את התשובות במחברת בלבד.
- פרט לתשובות הסופיות, יש להציג את דרך הפתרון באופן ברור ומפורט.
- יש לפשט את הביטויים המתקבלים בתשובות הסופיות.
- מומלץ לבדוק את פתרונותיכם – סעיפים בהם תתקבל תשובה שגויה או יוצג פתרון חלקי יקבלו בדרך כלל לכול היותר 60% מהנקודות.
- לשימושכם דפי נוסחאות מצורפים.

בהצלחה מכל צוות הקורס!

שאלות

1. [15 נק'] טור טיילור של פונקציה מסוימת $g(x)$ סביב $x = 0$ נתון על ידי

$$g(x) = 1 + ax + bx^2 + cx^3 + \dots$$

כאשר a, b, c הם מספרים נתונים. חשבו את טור טיילור סביב $x = 0$ של הפונקציה

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{g(x)}}$$

עד סדר שני, כולל.

2. [15 נק'] חשבו את האינטגרל

$$\int \sqrt{x^2 + 4} dx$$

רמז: הזהויות הבאות עשויות להיות שימושיות:

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

$$\cosh 2x = 2 \cosh^2 x - 1$$

$$\sinh 2x = 2 \sinh x \cosh x$$

3. [15 נק'] נתון כי

$$\frac{dg}{df} = \frac{|g|}{g^2 \sin(2g)}$$

ושעבור $g = -\pi/4$ מתקיים $f = 1/4$. חשבו את ערכו של f עבור $g = \pi/2$.

4. [15 נק'] מצאו את שטחו של המשטח המוגדר על ידי

$$y = \sqrt{1-z^2}, \quad -1 \leq x \leq 1, \quad -1 \leq z \leq 1$$

5. [25 נק'] בדקו את משפט גאוס

$$\iiint_V \vec{\nabla} \cdot \vec{F} dV = \oiint_S \vec{F} \cdot \hat{n} dS$$

על ידי חישוב ישיר של כל אחד מאגפי המשוואה עבור השדה

$$\vec{F}(\vec{r}) = \vec{r}$$

עבור הנפח V הכלוא בין הפרבולואיד

$$z = 1 - x^2 - y^2$$

לבין מישור xy .

עשו זאת בשלבים הבאים:

(א) [5 נק'] חשבו את $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$

(ב) [10 נק'] חשבו את האינטגרל

$$\iiint_V \vec{\nabla} \cdot \vec{F} dV$$

(ג) [10 נק'] חשבו את שטף השדה היוצא מתוך הנפח:

$$\oiint_S \vec{F} \cdot \hat{n} dS$$

6. [15 נק'] הוכיחו על ידי שימוש בכתיב האינדקסים שעבור כל שני שדות וקטוריים $\vec{A}(\vec{r})$ ו- $\vec{B}(\vec{r})$ מתקיים

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{A} \times \vec{\nabla}) \times \vec{B} + (\vec{B} \times \vec{\nabla}) \times \vec{A} + \vec{A} (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) + \vec{B} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A})$$