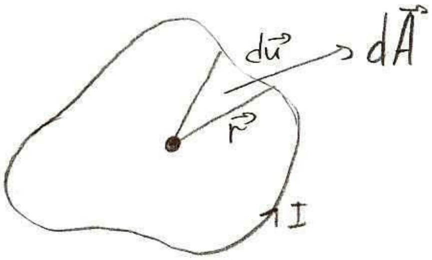
spin-orbit coupling

<u>תרגול 8</u>



מומנט מגנטי של אלקטרון. $\vec{\mu} = \oint I \, d\vec{A}$

$$d\vec{A} = \frac{1}{2}\vec{r} \times d\vec{u}, \quad I = \frac{dq}{dt}$$

$$\vec{\mu} = \frac{1}{2}\oint I \, \vec{r} \times d\vec{u} = \frac{1}{2}\oint \frac{dq}{dt} \vec{r} \times d\vec{u}$$

$$= \frac{1}{2}\oint dq \, \vec{r} \times \underbrace{\frac{d\vec{u}}{dt}}_{\vec{v}} = \frac{1}{2}\oint dq \, \vec{r} \times \vec{v} = \frac{1}{2m_e}\oint dq \, \vec{r} \times \underbrace{\vec{p}}_{\vec{v} m_e}$$

p - תנע קווי, v - מהירות אלקטרון

$L = \vec{r} \times \vec{p}$ תנע זוויתי של אלקטרון. m_e - מסת אלקטרון,

$$\vec{\mu} = \frac{1}{2m_e}\oint \vec{L} \, dq = \frac{1}{2m_e}\vec{L}\oint dq = -\frac{\vec{L}}{2m_e}e$$

מטען אלקטרון $q = -e$.

את $\vec{L}$ הוצאנו מחוץ לאינטגרל כי בקירוב שדה מרכזי (רדיאלי) התנע הזוויתי קבוע.

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m_e}\vec{L}$$

מומנט מגנטי כללי. $\mu = -\frac{e\hbar}{2m_e}\sqrt{l(l+1)} = -\mu_B\sqrt{l(l+1)}$

מומנט מגנטי בכיוון ציר z $\mu_z = -\frac{e\hbar}{2m_e} m_l = -\mu_B m_l$

מומנט מגנטי מספין, כאשר $g_s \sim 2$ צריך להוסיף פקטור $\mu_s = -\frac{e\hbar}{2m_e} m_s = -g_s \mu_B m_s, \quad m_s = \pm\frac{1}{2}$

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9.27 \times 10^{-24} \, \frac{J}{T} \quad \text{Bohr magneton}$$

* פקטור g_s מחושב מאלקטרודינמיקה קוונטית או ניסוי

מטען שנע בלולאה סגורה (זרם בלולאה) יוצר שדה מגנטי
במרכז הלולאה.
אם נסתכל על הגרעין מתוך מערכת של האלקטרון, הגרעין
נע בלולאה סביב האלקטרון ולכן האלקטרון ירגיש שדה מגנטי $\vec{B}$.

לפי חוק ביו-סבר השדה המגנטי שיוצר הגרעין בעל מטען q
הנע במהירות $\vec{v}$ בנקודה שנמצאת במיקום $\vec{r}$ ביחס לגרעין
הוא

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q(-\vec{v}) \times \vec{r}}{r^3}$$

$$q = Ze$$

הסימן של ה-v הפוך מכיוון שמסתכלים ממערכת האלקטרון.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 Ze}{4\pi r^3} \vec{r} \times \vec{v}$$

$$\vec{\mathcal{E}} = \frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \vec{r} \quad \Rightarrow \quad \vec{r} = \frac{4\pi\varepsilon_0 r^3}{Ze} \vec{\mathcal{E}}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \vec{\mathcal{E}} \times \vec{v} = \frac{1}{c^2} \vec{\mathcal{E}} \times \vec{v}$$

$$\vec{\mathcal{E}} = \frac{1}{er} \frac{d\phi}{dr} \vec{r}$$

בהנחה של כח מרכזי, כלומר
הפוטנציאל ϕ תלוי רק ב-r

$$\vec{B} = \frac{1}{c^2 e r}\left(\frac{d\phi}{dr}\right)\vec{r}\times\vec{v} = \frac{1}{c^2 e r m_e}\left(\frac{d\phi}{dr}\right)(\vec{r}\times\vec{p})$$

$$\Delta E_{so} = -\vec{\mu}_{spin}\,\vec{B}_{orbital}$$

$$\vec{\mu}_{spin} = -\frac{e}{2m_e}\vec{L}_s$$

$$\Delta E_{so} = \frac{g_s e}{2m_e}\cdot\frac{1}{c^2 e r}\left(\frac{d\phi}{dr}\right)\cdot\vec{L}_s\,(\vec{r}\times\vec{v}).$$

$$= \frac{g_s \mu_B}{\hbar c^2 e m_e}\left(\frac{1}{r}\frac{d\phi}{dr}\right)\vec{L}_s\cdot\vec{L}$$

$$\Delta E_{so} \propto \vec{L}_s \cdot \vec{L}$$

$$\vec{L}_s \cdot \vec{L} \, |\psi\rangle = \Delta E_{so} \, |\psi\rangle$$

$$\vec{J} = \vec{L}_s + \vec{L}$$

$$J^2 = (\vec{L}_s + \vec{L})^2 = L_s^2 + L^2 + \vec{L}_s \cdot \vec{L}$$

$$\vec{L}_s \cdot \vec{L} = J^2 - L^2 - L_s^2$$

$$\vec{L}_s \vec{L} \, |\psi\rangle = \left[J(J+1) - L(L+1) - s(s+1) \right] |\psi\rangle$$

$$\langle \vec{L}_s \vec{L} \rangle = J(J+1) - L(L+1) - s(s+1).$$

עבור אטום המימן.

$n=1$
$l=0 \quad \langle \vec{L}_s \vec{L} \rangle = 0$
$j=s$

$n=2 \qquad l=0,\ j=\frac{1}{2},\ s=\frac{1}{2}$

$l=0,1 \qquad l=1,\ j=\frac{1}{2},\ s=\frac{1}{2}$

$l=1,\ j=\frac{3}{2},\ s=\frac{1}{2}.$

$$\langle \vec{L}_s \vec{L} \rangle = j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)$$

$$l=0,\ j=\frac{1}{2},\ s=\frac{1}{2},\quad \langle \vec{L}_s \cdot \vec{L} \rangle = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2} - 0 - \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2} = 0.$$

$$l=1,\ j=\frac{1}{2},\ s=\frac{1}{2},\quad \langle \vec{L}_s \vec{L} \rangle = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2} - 1\cdot 2 - \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2} = -2$$

$$l=1,\ j=\frac{3}{2},\ s=\frac{1}{2},\quad \langle \vec{L}_s \vec{L} \rangle = \frac{3}{2}\cdot\frac{5}{2} - 1\cdot 2 - \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2} =$$
$$\frac{15}{4} - \frac{3}{4} - \frac{8}{4} = 1.$$

$n=2$
$l=0,1$

$l=1,\ j=\frac{3}{2}$

$l=0,\ j=\frac{1}{2}$

$l=1,\ j=\frac{1}{2}.$