אוניברסיטת בן-גוריון בנגב

תאריך הבחינה: 11 יולי 2021
שמות המרצים: פרופ' רון פולמן
מבחן בקורס: פיסיקה 3 להנדסת חומרים
מס' קורס: 203-1-2421
שנה: 2021, סמסטר ב', מועד א'
משך הבחינה: 3.5 שעות (ללא אפשרות להארכה)
חומר עזר: דף נוסחות אחיד, מצורף למבחן
אין להשתמש במחשבון או כל חומר עזר אחר!

בבחינה חמש שאלות. יש לענות על ארבע (כל אחת בת 25 נק'). במידה ותענה על חמש שאלות, יבדקו באופן אוטומטי רק הארבע הראשונות. על כן, אם ברצונך ששאלה מסוימת לא תיבדק, נא לוודא שהיא מחוקה בצורה ברורה (למשל X על כל הדף).

בהצלחה!

1. גלים ותנועות הרמוניות (25 נק') - מיתר גיטרה:

א. (5 נק') המיתר העבה ביותר בגיטרה הוא באורך 66 ס"מ, מסת המיתר היא 4 גרם. מה המתיחות הדרושה כדי שהתדר היסודי (הנמוך ביותר) של המיתר יהיה 82 הרץ (הצליל מי). מה אורך המיתר הדרוש כדי שהתדר היסודי יהיה 110 הרץ (הצליל לה)?

ב. (5 נק') תן נוסחה כללית לכל התדרים המופקים במיתר כאשר נגן גיטרה מכה במיתר הנתון (66 ס"מ, מסה 4 גרם, מתיחות שמצאת בסעיף הקודם). זמר המסוגל לשיר בתדרים בין 100-200 הרץ, מנסה לעורר את מיתר הגיטרה בלי לגעת בו, איזה צליל עליו לשיר?

ג. (5 נק') הגלים הנעים במיתר מסעיף א' עוברים אל לוח התהודה דרך הגשר, ומשם אל האוויר. העכבה של הגשר היא 10 ק"ג/שנייה. מה מקדם העברה מהמיתר אל הגשר?

ד. (5 נק') כתוצאה מנגינה מרובה, נוצר במיתר אזור באורך l שבו המיתר שחוק ולכן נהיה דק יותר. גל מגיע מהמיתר הרגיל אל האזור השחוק. מצא קשר בין l לבין אורך הגל באזור זה, שעבורו אין גל חוזר במעבר מהאזור הרגיל לשחוק. ניתן להניח החזרות קטנות.

ה. (5 נק') גלים עומדים בטבעת – כתוב את תנאי השפה עבור גלים עומדים בטבעת בהיקף L, מצא את אורכי הגל המותרים.

2. גלים, התאבכות, העברה והחזרה (25 נק'):

א. (5 נק') נתב אינטרנט משדר גלי רדיו בתדר 5 ג'יגה הרץ, מה אורך הגל של האות? מה האנרגיה של פוטון בתדר זה? מה היחס בין אנרגיה זו לאנרגיית היינון של אטום המימן.

ב. (5 נק') לנתב יש שתי אנטנות במרחק 6 ס"מ, נתייחס לאנטנות כשני סדקים, באיזה זווית (יחסית לאנך לקו המחבר את האנטנות) נקבל עוצמת שידור מקסימלית? ובאיזו מינימלית ?

ג. (5 נק') כדי לכוון את הקרניים ולשפר קליטה, הנתב יוצר הפרש פאזה ϕ בין האנטנות. מה הפרש הפאזה הדרוש, כדי שנקודת המקסימום המרכזית תוסט ב30 מעלות? הראו חישוב והסבירו את התוצאה

ד. (5 נק') התאבכות מסדק יחיד – מה התנאי על היחס בין אורך הגל λ לרוחב הסדק D, שבו ניתן להתייחס לסדק בתור מקור נקודתי (כלומר פולט עוצמה שווה לכל הכיוונים).

ה. (5 נק') חצוצרה – פעמון של חצוצרה הוא בעל קוטר של 20 ס"מ. נגן חצוצרה מפיק צליל בתדר 3400 הרץ. מה רוחב האלומה היוצא מהחצוצרה? באיזה תחום תדרים נגן חצוצרה חייב לנגן לכיוון הקהל כדי שישמעו אותו היטב? (תשובה לדוגמא: החל מתדר X, מתחת לתדר X, בין תדר X לY)

3. האפקט הפוטו-אלקטרי, פוטנציאל מדרגה (25 נק'):

בניסוי שנועד לבדוק את האפקט הפוטואלקטרי, אור בתדירות משתנה f פוגע שבפופרת קתודית. בין הקתודה לאנודה מחובר מקור מתח כך שניסגר מעגל זרם. מודדים איזה מתח V (שלילי) דרוש להפסיק את זרם האלקטרונים. לחומר שבקתודה פונקציית עבודה Φ.

א. (5 נק') צייר גרף של מתח העצירה V כפונקציה של התדירות. כתוב מהי הפונקציה. (יש לחשב את השיפוע של הגרף וכן את המיקום בו חוצה הפונקציה את ציר ה-X). כעת מגבירים את V לערך חיובי עד כדי רוויה

של הזרם. הסבר מדוע יש רוויה של הזרם. זרם הרוויה הנמדד הוא I_{SAT}, חשב את מספר הפוטונים המגיעים אל הקתודה בשנייה, חשב את עוצמת האור P המגיעה אל הקתודה (יחידות של $\frac{joule}{sec}$).

ב. (10 נק') צייר גרף זרם מול מתח בניסוי הפוטואלקטרי עבור שתי עוצמות הארה שונות והסבר אותו. כעת מבצעים במעבדה את הניסוי 3 פעמים, ומשנים רק את תדר האור לשלושה ערכים $f_1 > f_2 > f_3$ ומקפידים שעוצמת האור (יחידות של $\frac{joule}{sec}$) המגיעה לקתודה נשארת זהה. צייר 3 העקומות המתקבלות בגרף זרם מול מתח (הכוונה לצייר 3 עקומות על אותה מערכת צירים כדי שההבדלים יהיו ברורים), הסבר את התוצאה.

ג. (5 נק') נתון פוטנציאל מדרגה,

$$V(x) = \begin{matrix} 0 & x < 0 \\ V_0 & x > 0 \end{matrix}$$

חלקיק מגיע אל המדרגה משמאל לימין עם פונקציית גל Ae^{ik_1x}. מהי אנרגיית החלקיק? כתוב את פונקציית הגל בכל תחום עבור המקרים $E < V_0$; $E > V_0$, ואת תנאי השפה החלים עליה. צייר את צפיפות ההסתברות בכל תחום עבור שני המקרים.

ד. (5 נק') עבור המקרה $E < V_0$ חשב את מקדם ההחזרה $r = \frac{B}{A}$ והראה כי $|r|^2 = 1$. מהי ההסתברות שהחלקיק יחזור מהמחסום? ומה הפאזה שהוא יצבור בהחזרה? הדרכה: הצג את מקדם ההחזרה בצורה פולארית, $r = a * e^{i2\theta}$, מצא ביטוי עבור a , θ (רמז מתמטי – נוח להציג את המונה והמכנה של מקדם ההחזרה באופן פולארי).

4. תורת הקוונטים – בור פוטנציאל (25 נק'):

חלקיק בעל מסה m נמצא בבור פוטנציאל אינסופי (כלומר בעומק אינסופי) מרובע ברוחב d. הקיר השמאלי של הבור נמצא בנקודה x = 0.

א. (10 נק') מהי משוואת שרדינגר לחלקיק הזה? האם ניתן להשתמש במשוואה הבלתי תלויה בזמן? הסבר. מהם התנאים החלים על פתרונות המשוואה? מצא/י את <u>כל</u> פתרונות המשוואה בכל תחום כולל בנקודות x = 0 ו- x = d (כולל נרמול וכן התלות בזמן). את הפתרונות נסמן בψ_n. כתוב ביטוי מדויק עבור האנרגיה של כל פתרון E_n.

ב. (5 נק') עבור חלקיק הנמצא ברמה הראשונה (קרי ברמת היסוד), מצא את המיקום הממוצע, והתנע הממוצע, יש להראות חישוב מלא. ניתן להיעזר בתוצאת האינטגרל

$$\int x\sin^2\ axdx = \frac{x^2}{4} - \frac{x}{4a}\sin\ 2ax - \frac{1}{8a^2}\cos\ 2ax + C$$

ג. (5 נק') הכינו את החלקיק בבור הנ"ל במצב $\Psi = A(\psi_1 + 3\psi_2 + 2\psi_3)$, מצא את A. מבצעים מדידה של האנרגיה, מה ההסתברות למצוא את החלקיק עם אנרגיה E_2? מה האנרגיה הממוצעת של החלקיק? (ניתן להציג אותה כפונקציה של E_1)

ד. (5 נק') מכינים במעבדה ניסוי ספקטרוסקופיה, בו בודקים את הבליעה של אור, כפונקציה של תדר. כתוב נוסחה כללית עבור הקווים הספקטרליים שיתקבלו בניסוי ספקטרוסקופיה עבור החלקיק הנ"ל (התדרים שבהם נבלע האור).

5. מבנה האטום (25 נק'):

לאטום בורון (מספר אטומי 5 ומסה אטומית 11) במצב יסוד יש אלקטרון בודד. נתון צבר אטומי בורון שבו פונקציית הגל של כל אחד מהאלקטרונים היא $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{12}}|\psi_{1,0,0,1/2}\rangle + \frac{i}{\sqrt{12}}|\psi_{2,1,-1,1/2}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\psi_{2,1,1,1/2}\rangle - i\frac{1}{\sqrt{3}}|\psi_{2,1,1,-1/2}\rangle$, במספרים הקוונטיים לקליפה (n), לתנע הזוויתי (l), לרכיב z של התנע הזוויתי (m) ולרכיב z של הספין (m_s) לפי הסדר.

א. (5 נק') הראה/י כי המצב הקוונטי $|\psi\rangle$ מנורמל בתנאי שכל המצבים העצמיים של ההמילטוניאן מנורמלים. מצא/י את ערך התצפית (התוחלת) של $\hat{S}_z$ ושל $\hat{L}_z$, ואי-הוודאות ΔL_z, במצב $|\psi\rangle$

ב. (5 נק') בטבע יש ספין. מצאו לכמה מצבים יש אנרגיה E_2 (n=2) פרט והסבר מהם המצבים. לכמה מצבים יש אנרגיה E_3? מצא נוסחא כללית למספר המצבים עם אנרגיה E_n.

ג. (5 נק') בהזנחת ספין הגרעין והאינטראקציה בין הספין של האלקטרון לבין המסלול שלו, וללא שדה מגנטי חיצוני, האנרגיה של כל איבר ב- $\langle\psi|$ תלויה רק במספר הקוונטי n. תחת הנחת עבודה זו, איך ישפיע שדה מגנטי אחיד, בכיוון *z* שגודלו B, על האנרגיה של כל איבר ב- $\langle\psi|$? כתוב במפורש את האנרגיה של כל איבר במצב $\langle\psi|$ עם השדה הנתון.

ד. (5 נק') מה יקרה כשהאטומים בצבר זה יעברו במהירות 600 מטר לשנייה דרך מכשיר שטרן-גרלך, בעל גרדיאנט שדה מגנטי 1 טסלה למטר, שאורכו 10 מטרים? כמה כתמים יתקבלו על המסך שנמצא מיד אחרי המכשיר, ומה המרחקים בין הכתמים?

ה. (5 נק') להלן מצב היסוד של אטום המימן לו ערך מקסימאלי כאשר האלקטרון נמצא בתוך הגרעין. הסבר מדוע במציאות האלקטרון לא קורס לגרעין. תן הסבר מתמטי והסבר אינטואיטיבי שמצדיק את ההסבר המתמטי.

$$\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2}\cdot\exp(-r/a_0)$$

<u>בהצלחה</u>

דף נוסחאות בפיזיקה 3

<u>קבועים ומעברי יחידות</u>

רדיוס בוהר:	$a_0 = 5.29 \cdot 10^{-11} m$		$1eV = 1.6 \cdot 10^{-19} Joule$
קבוע רידברג:	$R_y = \frac{m_e e^4}{8{\varepsilon_0}^2 h^2} = 13.6\ eV$		$Joule = N \cdot m = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$
עכבה של אור בריק:	$z_0 = 376.73\ \Omega$	מגנטון של בור:	$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9.274 \cdot 10^{-24}\ \frac{J}{T}$
קבוע פלאנק:	$\mathrm{h} = 6.63 \cdot 10^{-34} Js$ $\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34} Js$	מסת אלקטרון:	$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} kg$
מסת פרוטון / ניוטרון:	$m_p \approx m_n = 1.67 \cdot 10^{-27} kg$	מטען האלקטרון/פרוטון:	$\pm e = \pm 1.6 \cdot 10^{-19} C$

<u>אוסצילטור הרמוני</u>

$a(t) = \ddot{x}$		$v(t) = \dot{x}$		$F = ma = -kx$	
פתרון כללי:		$\Psi(t) = Acos(\omega t + \varphi)$			
אנרגיה כללית:		$E_{tot} = U + K = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$			
מטוטלת:	$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$	קפיץ:	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$	מעגל LC:	$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

<u>גלים</u>

$V_\varphi = \lambda f = \frac{\omega}{k}$	מה' פאזה במיתר:	$V_\varphi = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$	$k = \frac{2\pi}{\lambda}$	$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$
משוואת גלים:	$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \frac{1}{{V_\varphi}^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$		$\ddot{y}(x,t) = {V_\varphi}^2 \cdot \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}$	
פיתרון כללי:	$y(x,t) = Acos(\omega t \pm kx + \varphi)$			

<u>החזרות והעברות (מקדמי ההעברה וההחזרה הם של האמפליטודות).</u>

עכבה (Impedance) לאור:	$z = \frac{z_0}{n}$	עכבה למיתר:	$z = \sqrt{T \cdot \rho}$
מקדם החזרה:	$R = \frac{B}{A} = \frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2}$	מקדם העברה:	$T = \frac{C}{A} = \frac{2z_1}{z_1 + z_2} = 1 + R$

תורת הקוונטים

אנרגיה של פוטון :	$E_{ph} = hf = \hbar\omega$	תנע של פוטון :	$P_{ph} = \frac{h}{\lambda} = \hbar k$
משוואת שרדינגר :	$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(x,t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Psi(x,t) + U(x,t)\Psi(x,t)$		
צורה של $\Psi(x,t)$ עבור *המשוואה הבלתי תלויה בזמן* :	$\Psi(x,t) = T(t)\cdot\varphi(x)$	צורה של $T(t)$:	$T(t) = e^{-i\omega t}$
משוואה ב"ת בזמן :	$E\varphi(x) = -\frac{\hbar^2}{2m}\varphi''(x) + U(x)\varphi(x)$	אורך גל דה-ברולי	$\lambda = \frac{h}{p}$
פיתרון לחלקיק חופשי : $(U=0)$	גל נע	$\Psi(x,t) = \left(Ae^{ikx} + Be^{-ikx}\right)e^{-i\omega t}$	
	גל עומד	$\Psi(x,t) = Asin(kx+\varphi)e^{-i\omega t}$ $\Psi(x,t) = Acos(kx+\varphi)e^{-i\omega t}$	
יחס נפיצה לחלקיק חופשי :	$E = \hbar\omega = \frac{\hbar^2k^2}{2m}$	תנאי נורמליזציה :	$P = \int_{-\infty}^{\infty} P(x)dx = 1$
צפיפות הסתברות :	$f(x) = \lvert\Psi(x)\rvert^2$	עיקרון האי-ודאות באנרגיה וזמן :	$\Delta E\Delta t \geq h$
עיקרון האי-ודאות במיקום ותנע :	$\Delta x\Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$	תוחלת מקום :	$< x >= \int_{-\infty}^{\infty} x\cdot\lvert\Psi(x)\rvert^2 dx$
סטיית תקן :	$\Delta x = \sqrt{Var(x)} = \sqrt{< x^2 > - < x >^2}$	ערך תצפית אופרטור כלשהו למערכת במצב $\lvert\psi >$:	$< \hat{O} > = < \psi\lvert\hat{O}\rvert\psi >$
אופרטור התנע בהצגת המקום בחד מימד : $\hat{P}_x = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$ $\widehat{P_x^2} = -\hbar^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}$		אופרטור התנע בהצגת המקום בתלת מימד : $\hat{P} = -i\hbar\nabla$ $\widehat{P^2} = -\hbar^2\nabla^2$	

מנהור

הסתברות שהחלקיק יעבור מכשול ברוחב L:	$\|T\| = \left\|\frac{F}{A}\right\|^2 \propto e^{-2\tilde{k}L}$	$\tilde{k} = \sqrt{\frac{2m(U-E)}{\hbar^2}}$
$E > U$:	$k = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(E-U)}$	$E < U$: | $\tilde{k} = \frac{i}{\hbar}\sqrt{2m(U-E)}$

בור פוטנציאל ואטום המימן

בור פוטנציאל אינסופי בעל רוחב L:	$k = \frac{\pi n}{L}$	פתרון עבור בור סימטרי סביב $x = 0$	$\psi_n = A\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$ $\psi_n = A\cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$
	פתרון עבור בור בין $x = 0$ ל $x = L$		$\psi_n(x) = A\sin(k_n x)$
	$E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} = \frac{\hbar^2\pi^2 n^2}{2mL^2}$		
ספקטרוסקופיה		$E_{ph} = E_n - E_m$	

מערכת מצבים עצמיים

מצב לא עצמי:	$\varphi = \sum a_i\varphi_i$	בסיס אורטונורמאלי:	$\int(\varphi_n \cdot \varphi_n^*)dx = 1$
הסתברות:	$P(\varphi_i) = \|a_i\|^2$		$\int(\varphi_n \cdot \varphi_m^*)dx = 0$

מספרים קוונטיים אטום המימן

מס׳ קוונטי אנרגיה:	n	$n = 1, 2, 3 \ldots$
מס׳ קוונטי תנע זוויתי כולל:	l	$0 \le l \le n-1$
מס׳ קוונטי תנע זוויתי בכיוון z:	m_l	$-l \le m_l \le l$
מספר קוונטי ספין של אלקטרון בכיוון z:	m_s	$m_s = \pm\frac{1}{2}$
מצב יסודי של אטום מימן:		$\Psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{a_0^{3/2}} \cdot e^{-r/a_0}$
הסתברות להיות במרחק r מהגרעין:		$\int\|\Psi_{100}\|^2 dV = \int\|\Psi_{100}\|^2 4\pi r^2 dr$
אנרגיה:	$E_n = \frac{-13.6\ eV}{n^2} + \ldots$	תנע זוויתי בציר z: $L_z = m_l\hbar$

תנע זוויתי:	$L = \sqrt{l(l+1)} \cdot \hbar$	ספין בציר z:	$S_z = m_s\hbar$
מומנט מגנטי של האורביטל:	$\mu_{orb_z} = \frac{-e}{2m_e} \cdot L_z$		
מומנט מגנטי של הספין:	$\mu_{spin_z} = \frac{-e}{2m_e} \cdot 2S_z$		
מומנט מגנטי כולל:	$\mu_z = \mu_B(m_l + 2m_s)$		
אנרגיה מגנטית (זימן):	$E = -\vec{\mu} \cdot \vec{\mathrm{B}}$	כוח של שדה מגנטי בכיוון z:	$F_z = \mu_z \frac{dB}{dz}$

<u>זהויות טריגונומטריות</u>

$(cos\alpha)' = -sin\alpha$	$(sin\alpha)' = cos\alpha$	$sin(\alpha \pm \beta) = sin\alpha \cdot cos\beta \pm cos\alpha \cdot sin\beta$
$cos\alpha + cos\beta = 2cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$		$cos(\alpha \pm \beta) = cos\alpha \cdot cos\beta \mp sin\alpha \cdot sin\beta$
$cos\alpha - cos\beta = -2sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$		$sin\alpha \pm sin\beta = 2sin\left(\frac{\alpha \pm \beta}{2}\right)cos\left(\frac{\alpha \mp \beta}{2}\right)$
$cos\alpha = \frac{e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}}{2}$		$sin\alpha = \frac{e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}}{2i}$
$sin\alpha \cdot sin\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$		$cos\alpha \cdot cos\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$
$cos\alpha \cdot sin\beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta))$		$sin\alpha \cdot cos\beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$
$Acos\alpha + Bsin\alpha = Ccos(\alpha + \varphi)\ , \quad C^2 = A^2 + B^2, \quad \varphi = \pm \arctan\left(\frac{B}{A}\right)$		

<u>אופרטור ∇</u>

גרדיאנט	$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{z}$	$\nabla = \frac{\partial}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\hat{\theta} + \frac{1}{rsin\theta}\frac{\partial}{\partial \varphi}\hat{\varphi}$
לפלסיאן	$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$	$\nabla^2 = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(sin\theta\frac{\partial}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$