

תאריך הבחינה : 9.3.2022  
 שמות המרצים : ד"ר אבגני כץ, ד"ר אלעד שופן  
 שמות המתרגלים : שמעון חבר, מריאנה בלפרמן  
 שם הקורס : מבוא לשיטות מתמטיות בפיזיקה  
 מספר הקורס : 203.1.1141  
 שנה : 2022 סמסטר : א' מועד : ב'  
 משך הבחינה : 4 שעות

### הנחיות כלליות

- יש לרשום את התשובות במחברת בלבד.
- פרט לתשובות הסופיות, יש להציג את דרך הפתרון באופן ברור ומפורט.
- יש לפשט את הביטויים המתקבלים בתשובות הסופיות.
- מומלץ לבדוק את פתרונותיכם – סעיפים בהם תקבל תשובה שגויה או יוצג פתרון חלקי יקבלו בדרך כלל לכול היותר 60% מהנקודות.
- לשימושכם דפי נוסחאות מצורפים.

### בהצלחה מכל צוות הקורס!

### שאלות

1. [15 נק'] חשבו את האינטגרלים הבאים:

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2/2} dx \quad (\text{א})$$

$$\int_0^{\infty} x^3 e^{-x^2/2} dx \quad (\text{ב})$$

2. [15 נק'] קרבו את הפונקציה

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x}{2}\right)$$

עבור  $x \gg 1$  על ידי טור של חזקות של  $\frac{1}{x}$  עד סדר  $\frac{1}{x^3}$ , כולל.

רמז: יכול להיות שימושי לעבוד עם המשתנה  $u = \frac{2}{x}$ .

3. [25 נק'] בדקו את משפט סטוקס

$$\iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{F}) \cdot \hat{n} dS = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

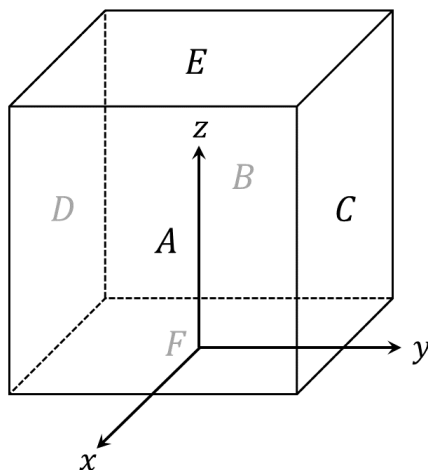
על ידי חישוב ישיר של כל אחד מאגפי המשוואה עבור השדה

$$\vec{F} = (x + y, -y - z, x + y)$$

כאשר  $S$  הוא שטח הפנים של קובייה, פרט לפאה התחתונה שלה (פאה  $F$  באיור) אשר מתוארת על ידי

$$-1 \leq x \leq 1, \quad -1 \leq y \leq 1, \quad z = 0$$

ומוגדרת לא להיות חלק מ- $S$ .



עשו זאת בשלבים הבאים:

(א) [10 נק'] חשבו את

$$\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

כאשר  $C$  היא השפה של  $S$  (כיוונית המסילה היא לבחירתכם).

(ב) [5 נק'] חשבו את  $\vec{\nabla} \times \vec{F}$ .

(ג) [10 נק'] חשבו את

$$\iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{F}) \cdot \hat{n} dS$$

כאשר הכיוונית של  $\hat{n}$  היא בהתאמה עם כיוונית המסילה שבחרתם לעיל.

4. [15 נק'] מצאו את הפתרון הכללי  $x(t)$  למשוואה

$$\ddot{x} - 5\dot{x} + 6x = \sinh t$$

רמז: כדאי לנסות פתרון פרטי מהצורה  $x(t) = A \sinh t + B \cosh t$

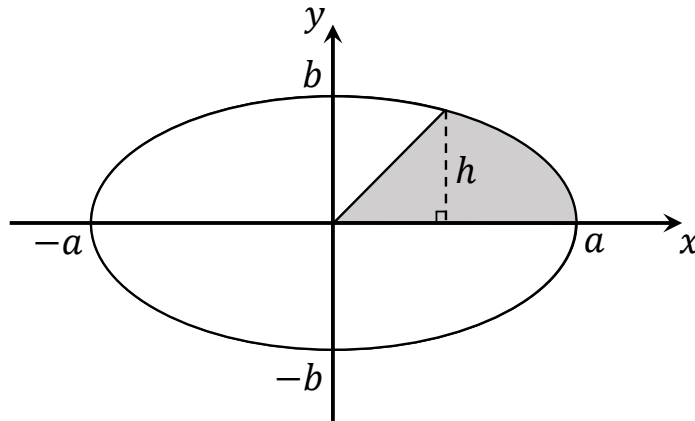
5. [15 נק'] חשבו או פשטו ככל האפשר את הביטויים הבאים (הרשומים בהסכם הסכימה), בלי שאינדקסים יופיעו בתשובות הסופיות:

(א)  $\delta_{ij} \delta_{jk} \delta_{ki}$

(ב)  $\epsilon_{ijk} A_i B_j A_k$  כאשר  $\vec{A}$  ו- $\vec{B}$  הם וקטורים.

(ג)  $\epsilon_{ijk} \partial_k (\epsilon_{jil} \partial_l \phi)$  כאשר  $\phi$  הוא שדה סקלרי.

6. [15 נק'] בטאו את שטחה של גזרת האליפסה המוצגת באיור (התחום האפור) במונחים של  $a$ ,  $b$  ו- $h$ .



רמז: משוואת האליפסה היא

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

יכול להיות שימושי לעבור לקואורדינטות בהן האליפסה תהפוך למעגל.