

מודל דרודה

חוק ג'אול

מפעילים שדה מגנטי חשמלי E על מתכת בעלת טמפרטורה אחידה T . על פי מודל דרודה בכל פיזור האלקטרון מאבד אנרגיה. בזמן $t = 0$ האלקטרון עובר פיזור.

1. לאחר זמן t האלקטרון עבר פיזור נוסף, מהי האנרגיה שהוא הפסיד בפיזור?
2. נתון זמן חופשי ממוצע τ , מה הסיכוי של האלקטרון להתפזר באינטרוואל הזמן $(t+dt)$?
3. קבלו את חוק ג'אול.
4. קבלו את אובדן האנרגיה כאשר קיים במוליך גרדיאנט טמפרטורה.

גז אלקטרונים אידיאלי

שאלה 1:

לגז אלקטרונים בעל n אלקטרונים ליחידת נפח, וצפיפות מצבים ליחידת אנרגיה ליחידת נפח:

$$g(\varepsilon) = \begin{cases} C\varepsilon^\alpha & : \varepsilon \geq 0 \\ 0 & : \varepsilon < 0 \end{cases}$$

כאשר $\alpha > -1$, מצאו ביטויים ל $g(\varepsilon_F)$, $g'(\varepsilon_F)$, $g''(\varepsilon_F)$ בעזרת n , ε_F ו α בלבד.

שאלה 2:

נתון גז של אלקטרונים חופשיים (ללא אינטראקציות) בנפח V בשדה מגנטי חיצוני B . ניתן להראות ע"י החלפת משתני אינטגרציה כי מספר האלקטרונים עם ספין \uparrow הוא

$$N_\uparrow = V \int_{-\infty}^{\infty} g_1(\varepsilon + \mu_B B) f(\varepsilon, \mu) d\varepsilon$$

ומספר האלקטרונים עם ספין \downarrow הוא

$$N_\downarrow = V \int_{-\infty}^{\infty} g_1(\varepsilon - \mu_B B) f(\varepsilon, \mu) d\varepsilon$$

$g_1(\varepsilon)$ היא צפיפות המצבים לאלקטרון עם ספין מסויים (ללא החשבת ניוון הספין)

$f(\varepsilon, \mu)$ היא פונקציית פרמי-דיראק עם פוטנציאל כימי μ

μ_B הוא מגנטון בוהר (מספר קבוע עם יחידות של אנרגיה חלקי שדה מגנטי)

המספר הכולל של אלקטרונים הוא $N = N_\uparrow + N_\downarrow$.

א. בעזרת פיתוח זומרפלד, מצאו ביטוי לפוטנציאל הכימי עד סדר שני בטמפרטורה בעזרת g_1 וניגזרתה.

ב. בעזרת פיתוח זומרפלד, מצאו ביטוי להפרש $N_\uparrow - N_\downarrow$ עד סדר שני בטמפרטורה שוב בעזרת g_1 וניגזרתה. השתמשו בפוטנציאל הכימי שמצאתם בסעיף א'.

ג. פתחו את תוצאת סעיף ב' לטור טיילור עד סדר ראשון באנרגיה המגנטית $\mu_B B$, ומצאו ביטוי

ל $N_\uparrow - N_\downarrow$, התלוי לינארית בשדה המגנטי B .

ד. לאלקטרונים, הסוספטביליות המגנטית מוגדרת כך: $\chi = \frac{1}{2} \mu_B \left. \frac{\partial (N_\uparrow - N_\downarrow)}{\partial B} \right|_{B=0}$

הראו כי לאלקטרונים ללא אינטראקציה,

$$\chi(T) = \frac{V}{2} \mu_B^2 \left(g(\varepsilon_F) - \frac{\pi^2}{6} \left(\frac{(g'(\varepsilon_F))^2}{g(\varepsilon_F)} - g''(\varepsilon_F) \right) (K_B T)^2 \right)$$

כאשר ε_F היא אנרגיית פרמי, ו $g(\varepsilon) = 2g_1(\varepsilon)$ היא צפיפות המצבים כולל ניוון הספין.

ה. הראו כי למקרה של N אלקטרונים ללא אינטראקציה בשלושה מימדים, עם אנרגיית פרמי ε_F ,

$$\chi(T) = \frac{3N\mu_B^2}{4\varepsilon_F} \left(1 - \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{T}{T_F} \right)^2 \right)$$

כאשר $T_F = \varepsilon_F / K_B$. העזרו בפתרון שאלה מס' 1.