

# פתרון עבודה 8 - זרם, התנגדות ומעגלי נגדים

פיזיקה ג2 - 203.1.1431

סתיו 2023

## 1 שאלה 6202

נתון שעבור תיל באורך  $L$  ושטח חתך  $S$  ההתנגדות היא  $R$ , מכאן שנוכל לחשב את ההתנגדות בסגולית של החומר:

$$R = \frac{\rho L}{S} \Rightarrow \rho = \frac{RS}{L}$$

כעת נוכל לחשב את המצבים השונים:

1. אורך גדול פי 2:

$$R_1 = 2 \frac{\rho L}{S} = \boxed{2R}$$

בעצם זה חיבור בטור.

2. שטח חתך גדול פי 2:

$$R_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho L}{S} = \boxed{\frac{R}{2}}$$

שקול לחיבור במקביל.

3. אותו נפח, אבל אורך גדול פי 2:

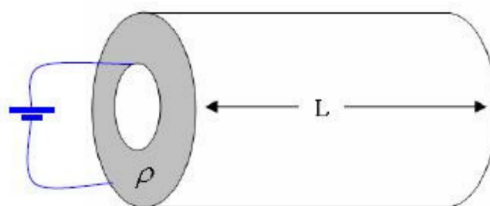
הנפח ההתחלתי היה  $V_0 = L \cdot S$ , מכאן שאחרי שינוי אורך התיל נקבל:

$$V_3 = 2L \cdot S_3 = L \cdot S = V_0 \Rightarrow S_3 = \frac{S}{2}$$
$$\Rightarrow R_3 = 2 \cdot 2 \cdot \frac{\rho L}{S} = \boxed{4R}$$

4. חותכים את התיל המקורי ל- $N$  חלקים שווים (גלילים) ומחברים אותם במקביל:

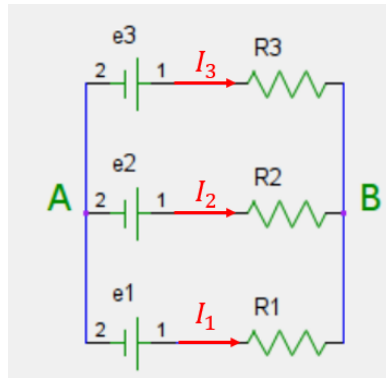
ההתנגדות של כל חתיכת נגד תהיה  $R/N$  ולפי חישוב של חיבור במקביל:

$$\frac{1}{R_4} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R/N} = \frac{N^2}{R} \Rightarrow R_4 = \boxed{\frac{R}{N^2}}$$



התנגדות מחושבת לפי  $R = \rho l/S$ , כאשר  $l$  הוא המסלול בו עובר הזרם ו- $S$  הוא שטח החתך דרכו הוא עובר. לפי חיבור הסוללה, כיוון הזרם הוא בכיוון הרדיאלי, מהמעטפת הפנימית אל החיצונית, כך ששטח החתך תלוי ברדיוס  $S = 2\pi r \cdot L$  ונצטרך להשתמש באינטגרציה על המסלול  $dr$  כדי לחשב את ההתנגדות:

$$R = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\rho dr}{2\pi r L} = \frac{\rho}{2\pi L} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r} dr = \boxed{\frac{\rho}{2\pi L} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$



נסמן את כיוון הזרמים לפי הדקי הסוללות ונרכיב מערכת משוואות:

לפי חוק הצמתים (שימור מטען) בצומת B:

$$(1) : I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

לפי חוק העניבה (נגד כיוון השעון) למעגל התחתון (2) ולמעגל העליון (3):

$$(2) : I_2 R_2 - I_1 R_1 + \epsilon_1 - \epsilon_2 = 0$$

$$(3) : I_2 R_2 - I_3 R_3 + \epsilon_3 - \epsilon_2 = 0$$

נבודד את  $I_1$  ו- $I_3$  ממשוואות (2) ו-(3):

$$I_1 = \frac{I_2 R_2 + \epsilon_1 - \epsilon_2}{R_1} ; I_3 = \frac{I_2 R_2 + \epsilon_3 - \epsilon_2}{R_3}$$

ונציב למשוואה (1):

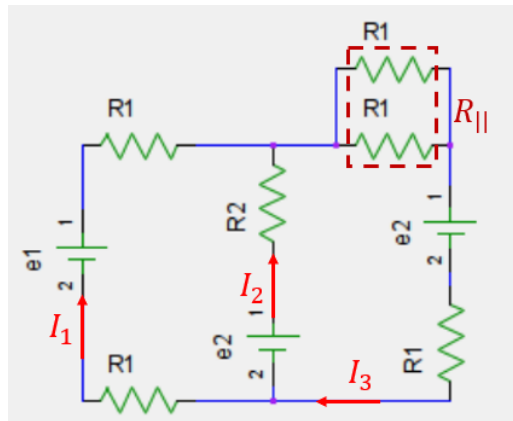
$$\begin{aligned} \frac{I_2 R_2 + \epsilon_1 - \epsilon_2}{R_1} + I_2 + \frac{I_2 R_2 + \epsilon_3 - \epsilon_2}{R_3} &= 0 \\ I_2 \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R_3} \right) &= \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{R_1} + \frac{\epsilon_2 - \epsilon_3}{R_3} \\ I_2 \cdot \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1 \cdot R_3} &= \frac{R_1 (\epsilon_2 - \epsilon_3) - R_3 (\epsilon_1 - \epsilon_2)}{R_1 \cdot R_3} \\ \Rightarrow I_2 &= \frac{R_1 (\epsilon_2 - \epsilon_3) - R_3 (\epsilon_1 - \epsilon_2)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \end{aligned}$$

ונקבל גם את שני הזרמים הנותרים:

$$I_1 = \frac{R_3 (\epsilon_1 - \epsilon_2) - R_2 (\epsilon_3 - \epsilon_1)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} ; I_3 = \frac{R_2 (\epsilon_3 - \epsilon_1) - R_1 (\epsilon_2 - \epsilon_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

עבור המתח בין A ל-B זה לא משנה דרך איזה ענף נבחר לחשב, מפני ששלושת הענפים מחוברים במקביל, כלומר:

$$\begin{aligned} V_{AB} &= \epsilon_1 - I_1 R_1 = \epsilon_2 - I_2 R_2 = \epsilon_3 - I_3 R_3 \\ &= \epsilon_1 - \frac{R_1 (\epsilon_2 - \epsilon_3) - R_3 (\epsilon_1 - \epsilon_2)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} R_1 \end{aligned}$$



נתון:

$$R_1 = 1.7 [\Omega], R_2 = 3.5 [\Omega], \epsilon_1 = 2.1 [\text{V}], \epsilon_2 = 6.3 [\text{V}]$$

ראשית נסמן זרמים כמתואר באיור. בנוסף נצמצם את שני הנגדים המחוברים במקביל:

$$R_{||} = \frac{R_1 R_1}{R_1 + R_1} = \frac{R_1}{2} = 0.85 [\Omega]$$

קעת נבנה משוואות: לפי חוק הצמתים (שימור מטען):

$$(1) : I_1 + I_2 = I_3$$

לפי חוק העניבה לפי כיוון השעון למעגל השמאלי (2) ולמעגל הימני (3):

$$(2) : \epsilon_1 - I_1 R_1 + I_2 R_2 - \epsilon_2 - I_1 R_1 = 0$$

$$(3) : \epsilon_2 - I_2 R_2 - I_3 R_{||} - \epsilon_2 - I_3 R_1 = 0$$

נסדר את המשוואות:

$$(1) : 1 \cdot I_1 + 1 \cdot I_2 + (-1) \cdot I_3 = 0$$

$$(2) : -2R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 = \epsilon_2 - \epsilon_1$$

$$(3) : 0 \cdot I_1 + (-R_2) \cdot I_2 + (-R_1 - R_{||}) \cdot I_3 = 0$$

מציבים מספרים:

$$(1) : 1 \cdot I_1 + 1 \cdot I_2 - 1 \cdot I_3 = 0$$

$$(2) : -3.4I_1 + 3.5I_2 + 0 \cdot I_3 = 4.2$$

$$(3) : 0 \cdot I_1 - 3.5I_2 - 2.55I_3 = 0$$

ומהמחשבון מקבלים:

$$I_1 = -0.862 [\text{A}], I_2 = 0.363 [\text{A}], I_3 = -0.498 [\text{A}]$$