

תרמו 1
203-1-2161
מרצה: מיכאל גדלין
מתרגל: רתם ברמן
מועד א' 07/02/2023
משך המבחן 4 שעות
חומר עזר: דף נוסחאות מצורף

נא לכתוב במסודר ובכתב יד קריא.

מה צריך להיות בתשובה: (א) כל ההסברים הפיזיקליים ההכרחיים, (ב) כל הביטויים העיקריים, (ג) הסבר קצר לפעולות הנדרשות, (ד) כל הפעולות המתמטיות החשובות להבנה פיזיקלית של הנעשה, (ה) תשובה סופית.

מה לא צריך להיות בתשובה וחייב להישאר בטיוטה בלבד: (א) פיתוחים תאורטיים (למעט שאלה, (1 ב) פעולות מתמטיות טכניות (העברת אגפים, פתרון משוואות, חישוב אינטרגלים וכו'), (ג) סיפורים שלא קשורים לשאלה, (ד) נוסחאות שלא קשורות לשאלה.

בפיתוחים תאורטיים אין לדלג על שלבים פיזיקליים (הנחות, קירובים, שיטות).

נא לשים X על הטיוטה

סך הכל 6 מטלות כדלקמן:

- 3 שאלות פיתוח תאורטי קצרות + יישום מידי, 6 נק' עבור כל שאלה, 18 נק' ביחד.
- 4 שאלות הבנה, 5 נק' עבור כל שאלה, 20 נק' ביחד.
- שתי שאלות בתרמודינמיקה, 18 נק' כל אחת.
- שתי שאלות במכניקה סטטיסטית, 18 נק' כל אחת.
- על כל תשובה מלאה ליותר משלוש מטלות תינתן 1 נק' בנוסף.
- לפיכך, ניתן להגיע למקסימום של 113 נק'.

בהצלחה !

- (א) הוכיחו: אם שתי מערכות נמצאות בשיווי משקל תרמי הדדי טמפרטורות שלהן שוות.
 (ב) הוכיחו: למחזור קרנו היעילות הגבוהה האפשרית ומצאו אותה.
 (ג) פתחו ביטוי להסתברות מצב מיקרוסקופי של מערכת במכלול קנוני.

- 2 (א) בין פנים התא וחוץ יש הפרש פוטנציאלים חשמליים. הלחצים והטמפרטורות שווים. יונים של אשלגן K^+ ואטומים ניטרליים של Na יכולים לעבור באופן חופשי דרך קרום התא פנימה והחוצה. בשיווי משקל תרמי מה יותר גדול: יחס הריכוזים של אשלגן או יחס הריכוזים של נתרן? נמקו.
 (ב) האם תוספת מלח למים מעלה את טמפרטורת הרתיחה או מורידה (באותו לחץ)? נמקו.
 (ג) במכלול גרנד קנוני הסתברות מצב מיקרוסקופי נתונה ע"י $p_a = Ce^{-\beta(E_a - \mu N_a)}$ עם $\mu > 0$. האם זה אומר שיש יותר סיכוי למצוא מערכת עם מספר חלקיקים גדול יותר? או $\mu > 0$ בלתי אפשרי? נמקו.
 (ד) ביאזה תדר ω האכלוס של גז פוטונים $\langle n_i \rangle = 1$? מה השונות $\langle (n_i - \langle n_i \rangle)^2 \rangle$ במצב זה?

- 3 שני גופים בעלי קיבולי חום קבועים, C_1 ו- C_2 , נמצאים בטמפרטורות T_1 ו- T_2 , בהתאמה. שניהם מובאים לשיווי משקל תרמי הדדי באמצעות מנוע תרמי שעובד מחזורית בין שני הגופים. מה העבודה המירבית שיכול לבצע המנוע?

4 לחומר כלשהו דחיסות איזותרמית

$$-\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = \frac{a}{v}$$

ומקדם התפשטות תרמית

$$\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = 2bT/v$$

כאשר a ו- b קבועים חיוביים ו- v הוא נפח מולרי. מצאו את משוואת המצב.

- 5 אנרגיה של חלקיק בגז בוזונים נתונה ע"י $\varepsilon = a|p|^3$ כאשר $a > 0$ קבוע. מצאו את הפוטנציאל הכימי של הגז כפונקציה של N, V, T .

6 חישובו

$$\langle (E - \langle E \rangle)^2 \rangle$$

- במערכת N חלקיקים שניתנים להבחנה. כל חלקיק יכול להיות ב g_1 מצבים חד-חלקיקיים עם אנרגיה ε_1 ו- g_2 מצבים עם אנרגיה ε_2 . המערכת נמצאת בשיווי משקל תרמי עם מאגר חום בטמפרטורה T .

3.3 Mutual Thermodynamic Equilibrium from maximum entropy principle	1. (א)
3.5 Quasistatic cycles	(ב)
8.3 Canonical ensemble	(ג)
8.3.1 Derivation 1	או
8.3.3 Derivation	2.

(א) אין קשר. יונים מגיבים לפוטנציאל חשמלי, אטומים נייטרליים לא. זה מספיק. אפשר גם לרשום משוואת נרנסט ולציין ש $Z = 1$ לאשלגן ו- $Z = 0$ לנתרן.

(ב) תוספת מלח מקטינה את הפוטנציאל הכימי של המים בתמיסה. בדו-קיום פוטנציאלים כימיים של מים בתמיסה ושל אדי מים (מים במצב גז) צריכים להיות שווים. גפוטנציאל כימי של האדים צריך לקטון. מכיוון ש $(\partial\mu/\partial T)_P = -s < 0$ עליית הטמפרטורה בלחץ קבוע מובילה להורדת פוטנציאל כימי. מיכוון שאנטרופיה של האדים יותר גדולה, ירדת הפוטנציאל הכימי בגלל שינוי הטמפרטורה של האדים יותר גדולה מאשר של המים בתמיסה ולכן עליית טמפרטורת דו-קיום תאזן את השפעת המלח.

(ג) לכל ערך נתון של אנרגיה מספר מצבים מיקרוסקופיים אפשריים יגדל עם מפסר החלקיקים עד גבול מסוים ולאחר מכן יתחיל לקטון, כי יש פחות אפשרויות ככל ש $E/N \rightarrow 0$. באופן כללי, במכלול גרנד קנוני יש מספר חלקיקים עם הסתברות מקסימלית. הסתברויות של מספרי חלקיקים גדולים או קטנים יותר קטנות מהמקסימלית. $\mu > 0$ אפשרי (למשל, פרמיונים בטמפרטורה נמוכה).

(ד)

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\hbar\omega/T} - 1} = 1 \rightarrow \omega = \frac{T}{\hbar} \ln 2$$

לבחונים

$$\langle (n - \langle n \rangle)^2 \rangle = \langle n \rangle (1 + \langle n \rangle) = 2$$

3. מנוע קרנו שומר אל אנטרופיה, לכן

$$C_1 \ln \frac{T_f}{T_1} + C_2 \ln \frac{T_f}{T_2} = 0 \quad (1)$$

$$T_f = [T_1^{C_1} T_2^{C_2}]^{1/(C_1+C_2)} \quad (2)$$

העבודה המקסימלית היא

$$W = C_1(T_1 - T_f) + C_2(T_2 - T_f) \quad (3)$$

4.

$$V = V(P, T) \quad (4)$$

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T dP + \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dT \quad (5)$$

$$dV = -Na dP + 2bT dT \quad (6)$$

$$V - bT^2 + NaP = \text{const} \quad (7)$$

5.

$$N = \frac{V}{h^3} \int_0^\infty \frac{4\pi p^2 dp}{e^{\beta(ap^3 - \mu)} - 1} \quad (8)$$

$$= \frac{4\pi V}{3a\beta h^3} \int_0^\infty \frac{dx}{e^{x - \beta\mu} - 1} \quad (9)$$

$$= \frac{4\pi V}{3a\beta h^3} \int_{\beta\mu}^\infty \frac{e^{-y} dy}{1 - e^{-y}} = -\frac{4\pi V}{3a\beta h^3} \ln [1 - e^{-\beta\mu}] \quad (10)$$

6.

$$Z = Z_1^N \quad (11)$$

$$Z_1 = g_1 e^{-\beta\varepsilon_1} + g_2 e^{-\beta\varepsilon_2} \quad (12)$$

$$F = -NT \ln Z_1 \quad (13)$$

$$\langle (E - \langle E \rangle)^2 \rangle = \frac{\partial^2 \ln Z}{\partial \beta^2} \quad (14)$$