

תאריך הבחינה: 12.2.2023  
שם המרצה: ד"ר אבנני כץ  
שם המתרגל: תומר דולברג  
שם הקורס: מבוא לשיטות מתמטיות בפיזיקה  
מספר הקורס: 203.1.1141  
שנה: 2023 סמסטר: א' מועד: א'  
משך הבחינה: 4 שעות

### הנחיות כלליות

- יש לרשום את התשובות במחברת בלבד.
- פרט לתשובות הסופיות, יש להציג את דרך הפתרון באופן ברור ומפורט.
- יש לפשט את הביטויים המתקבלים בתשובות הסופיות.
- מומלץ לבדוק את פתרונותיכם – סעיפים בהם תתקבל תשובה שגויה או יוצג פתרון חלקי יקבלו בדרך כלל לכול היותר 60% מהנקודות.
- לשימושכם דפי נוסחאות מצורפים.

### בהצלחה מכל צוות הקורס!

### שאלות

1. [15 נק'] נתונה הפונקציה

$$f(x) = \frac{\sin^2 x}{e^{x^2} - 1}$$

- (א) [5 נק'] חשבו את הגבול של הפונקציה כאשר  $x \rightarrow 0$ .
- (ב) [10 נק'] פתחו את הפונקציה לטור חזקות של  $x$  עד סדר  $x^2$ , כולל. (עבור הנקודה  $x = 0$  נגדיר את הפונקציה להיות שווה לגבול שחושב בסעיף הקודם).

2. [12 נק'] הראו כי

$$\epsilon_{imn} \epsilon_{jnp} \epsilon_{kpq} \epsilon_{lqm} = a \delta_{ij} \delta_{kl} + b \delta_{il} \delta_{jk}$$

כאשר  $a$  ו- $b$  הם מספרים שעליכם למצוא.

3. [18 נק'] עבור כל אחד מהאינטגרלים הבאים, קבעו האם התוצאה חיובית, שלילית או אפס. נמקו את קביעתכם באופן מפורט או הציגו חישוב. (לא יינתן ניקוד עבור תשובות שלא תכלולנה נימוק/חישוב רלוונטי).

$$\int_{-1}^1 x e^{-x^3} dx \quad (\text{א})$$

$$\int_{-\pi/2}^{\pi} x e^{-x^2} \cos x dx \quad (\text{ב})$$

$$\int_0^{\pi} \tanh(\cos^3 x) dx \quad (\text{ג})$$

4. [15 נק'] חשבו את האינטגרל

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx$$

5. [25 נק'] בדקו את משפט גאוס

$$\iiint_V \vec{\nabla} \cdot \vec{F} dV = \iint_S \vec{F} \cdot \hat{n} dS$$

על ידי חישוב ישיר של כל אחד מאגפי המשוואה עבור השדה הנתון בקואורדינטות כדוריות על ידי

$$\vec{F}(r, \theta, \phi) = \hat{r} \sin^2 \phi + \hat{\phi} \sin^2 \theta$$

כאשר הנפח  $V$  הוא כדור שמרכזו בראשית ורדיוסו 1.

עשו זאת בשלבים הבאים:

$$(\text{א}) [7 \text{ נק'}] \text{ חשבו את } \vec{\nabla} \cdot \vec{F}$$

$$(\text{ב}) [9 \text{ נק'}] \text{ חשבו את האינטגרל}$$

$$\iiint_V \vec{\nabla} \cdot \vec{F} dV$$

(ג) [9 נק'] חשבו את שטף השדה היוצא מתוך הנפח:

$$\iint_S \vec{F} \cdot \hat{n} dS$$

6. [15 נק'] חשבו את האינטגרל הבא, המערב מכפלה וקטורית,

$$\oint_C \vec{F} \times d\vec{r}$$

עבור השדה

$$\vec{F} = (1, 1, 0) xy$$

כאשר  $C$  הוא המסלול המלבני הבא במישור  $xy$ :

$$(0, 0) \rightarrow (a, 0) \rightarrow (a, b) \rightarrow (0, b) \rightarrow (0, 0)$$

$a, b$  הם קבועים נתונים.