

תרמו 1
203-1-2161
מרצה: מיכאל גדלין
מתרגלת: רתם ברמן
מועד ב' 27/02/2023
משך המבחן 4 שעות
חומר עזר: דף נוסחאות מצורף

נא לכתוב במסודר ובכתב יד קריא.

מה צריך להיות בתשובה: א) כל ההסברים הפיזיקליים ההכרחיים, ב) כל הביטויים העיקריים, ג) הסבר קצר לפעולות הנדרשות, ד) כל הפעולות המתמטיות החשובות להבנה פיזיקלית של הנעשה, ה) תשובה סופית.

מה לא צריך להיות בתשובה וחייב להישאר בטיוטה בלבד: א) פיתוחים תאורטיים (למעט שאלה, 1 ב) פעולות מתמטיות טכניות (העברת אגפים, פתרון משוואות, חישוב אינטרגלים וכו'), ג) סיפורים שלא קשורים לשאלה, ד) נוסחאות שלא קשורות לשאלה.

בפיתוחים תאורטיים אין לדלג על שלבים פיזיקליים (הנחות, קירובים, שיטות).

נא לשים X על הטיוטה

סך הכל 6 מטלות כדלקמן:

- 3 שאלות פיתוח תאורטי קצרות + יישום מידי, 6 נק' עבור כל שאלה, 18 נק' ביחד.
- 4 שאלות הבנה, 5 נק' עבור כל שאלה, 20 נק' ביחד.
- שתי שאלות בתרמודינמיקה, 18 נק' כל אחת.
- שתי שאלות במכניקה סטטיסטית, 18 נק' כל אחת.
- על כל תשובה מלאה ליותר משלוש מטלות תינתן 1 נק' בנוסף.
- לפיכך, ניתן להגיע למקסימום של 113 נק'.

בהצלחה !

א) הוכיחו: בתנאים מסויימים אנרגיה חופשית חייבת להיות מינימלית בשיווי משקל תרמי. ציינו את התנאים במפורש.

ב) הוכיחו: חום עובר ממערכת עם טמפרטורה גבוהה יותר למערכת עם טמפרטורה נמוכה יותר. ציינו באילו תנאים טענה זו נכונה.

ג) פתחו ביטוי ללחץ גז פרמיונים מנוון ($T = 0$).

2 א) בין פנים התא וחוץ יש הפרש פוטנציאלים חשמליים. הלחצים והטמפרטורות שווים. יונים מסוג A ו- B יכולים לעבור באופן חופשי דרך קרום התא פנימה והחוצה. לשניהם ריכוז בפנים יותר גבוה מאשר בחוץ. יחס הריכוזים של B יותר גדול מאשר של A . מה ניתן להסיק על יחס המטענים של היונים? נמקו.

ב) מיכל מחולק לשני חלקים. חלק אחד ממולא בתמיסת חומר A במים. החלק השני ממולא בתמיסת חומר B במים. המחיצה בין החלקים לא יכולה לזוז. מחיצה זו חדירה למים אבל לא חדירה לשני המומסים. טמפרטורות של שני החלקים שוות. נתון כי $\mu_A = \mu_B$. מה ניתן לומר על יחס הריכוזים של מומסים n_B/n_A ? נמקו.

ג) האם פלאקטואציות האנרגיה במכלול גרנד-קנוני גדולות או קטנות מפלאקטואציות האנרגיה במכלול קנוני באותה טמפרטורה? נמקו.

ד) מה התלות של פוטנציאל כימי (אנרגיית פרמי) של גז הפרמיונים המנוון $T = 0$ בריכוז של הגז?

3 מנוע קרנו אשר פועל בחללית חייב לספק הספק קבוע W . טמפרטורת מקור החום T_1 נקבעה מראש. המאגר הקר, שנמצא בטמפרטורה T_2 , הוא גוף בעל שטח A אשר פולט לחלל הספק σAT_2^4 , כאשר σ קבוע. חייבים לבחור T_2 כך שלערכים של W ו- T_1 נתונים השטח A יהיה מינימלי. מהי T_2 ?

4 ישנם n מולים של חומר טהור שיכול לעבור ממצב צבירה A למצב צבירה B בטמפרטורה קבועה T ולחץ קבוע P . בהתחלה כל החומר נמצא במצב A . כדי להעבירו למצב B מתחילים להוסיף חום למערכת ולאחר מכן מבודדים את המערכת תרמית. מה היחס n_B/n_A בסוף התהליך אם הפרש האנתלפיות המולריות הוא h והחום שהועבר למערכת הוא Q ?

5 תיבה כוללת בתוכה גז אידאלי בלחץ P וטמפרטורה T . בדפנות התיבה ישנם N אתרים. כל אחד יכול לספח מולקולה אחת. האנרגיה של מולקולה מסופחת היא ε , $\varepsilon < 0$. מצאו את המספר הממוצע של מולקולות מסופחות כפונקציה של טמפרטורה ולחץ. מותר להסתפק בפונקציה סתומה או משוואה לערך המבוקש אם לא ניתן לפתור מתמטית.

בגז אידאלי אנרגיה ממוצעת של חלקיק $\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2}T$. מצאו

$$\frac{\sqrt{\langle (\varepsilon - \langle \varepsilon \rangle)^2 \rangle}}{\langle \varepsilon \rangle}$$

Lecture notes, 4.5.10 Principle of minimum of thermodynamic potentials (consolidated)

Lecture notes, 3.1.5 Direction of heat transfer

Lecture notes, 12.6.3 Degenerate Fermi gas – Example 12.6.1

(א) ליונים עם מטען גדול יותר יחס גדול יותר.

(ב) לא ניתן לומר כלום, כי המחיצה לא חדירה לחלקיקים אלה, הם לא בשיווי משקל ביניהם.

(ג) בגרנד קנוני אנרגיות שונות מהממוצעת גם בגלל מעבר אנרגיה וגם בגלל מעבר מספר חלקיקים:

שינוי מספר החלקיקים משנה אנרגיה בנוסף לכך שהיא יכולה להשתנות בגלל מעבר חום.

$$N \propto VV_p \propto Vp_F^3 \quad (1)$$

$$\mu = \frac{p_F^2}{2m} \quad (2)$$

$$N \propto V\mu^{3/2} \quad (3)$$

$$\mu \propto (N/V)^{2/3} \quad (4)$$

תוך זמן dt המנוע מקבל מהמאגר החם dQ_1 ומעביר למאגר הקר dQ_2 . לפי חוק ראשון

$$Wdt = dQ_1 - dQ_2$$

. כל החום שהמנוע מעביר למאגר הקר נפלט לחלל:

$$dQ_2 = \sigma AT_2^4 dt$$

. למנוע קרנו

$$\frac{dQ_1}{T_1} = \frac{dQ_2}{T_2}$$

. אם מחברים את הכל

$$Wdt = Q_2 \left(\frac{T_1}{T_2} - 1 \right) = \sigma AT_2^4 dt \left(\frac{T_1}{T_2} - 1 \right) \quad (5)$$

$$A = \frac{W}{\sigma(T_1 - T_2)T_2^3} \quad (6)$$

$$\min A \rightarrow \max (T_1 - T_2)T_2^3 \rightarrow 3T_2^2 T_1 - 4T_2^3 = 0 \quad (7)$$

$$T_2 = \frac{3}{4}T_1 \quad (8)$$

עבודת בית 3.5

$$Q = \Delta H = (n_A h_A + n_B h_B) - (n_A + n_B) h_A = n_B (h_B - h_A) = n_B h \quad (9)$$

$$n_B = \frac{Q}{h} \quad (10)$$

$$n_A = n - n_B \quad (11)$$

$$\frac{n_B}{n_A} = \frac{Q}{nh - Q} \quad (12)$$

Lecture notes, 12.3 Adsorption

הדרך הפשוטה ביותר:

$$\langle (E - \langle E \rangle)^2 \rangle = C_V T^2 = \frac{3}{2} N T^2 = N \langle (\varepsilon - \langle \varepsilon \rangle)^2 \rangle \quad (13)$$

$$\frac{\sqrt{\langle (\varepsilon - \langle \varepsilon \rangle)^2 \rangle}}{\langle \varepsilon \rangle} = \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (14)$$

אפשר גם ישירות:

$$\langle f(\mathbf{p}) \rangle = \left(\frac{\beta}{2\pi} \right)^{3/2} \int d^3 \mathbf{p} f(\mathbf{p}) e^{-\beta \varepsilon} \quad (15)$$

$$\langle \varepsilon \rangle = \left(\frac{\beta}{2\pi} \right)^{3/2} \int d^3 \mathbf{p} \varepsilon e^{-\beta \varepsilon} \quad (16)$$

$$\langle \varepsilon^2 \rangle = \left(\frac{\beta}{2\pi} \right)^{3/2} \int d^3 \mathbf{p} \varepsilon^2 e^{-\beta \varepsilon} \quad (17)$$

$$z = \int d^3 \mathbf{p} e^{-\beta \varepsilon} = \left(\frac{\beta}{2\pi} \right)^{-3/2} \quad (18)$$

$$\langle \varepsilon \rangle = - \left(\frac{\beta}{2\pi} \right)^{3/2} \frac{dz}{d\beta} = \frac{3}{2\beta} \quad (19)$$

$$\langle \varepsilon^2 \rangle = \left(\frac{\beta}{2\pi} \right)^{3/2} \frac{d^2 z}{d\beta^2} = \frac{3}{2\beta} \cdot \frac{5}{2\beta} = \frac{15}{4\beta^2} \quad (20)$$

$$\langle (\varepsilon - \langle \varepsilon \rangle)^2 \rangle = \frac{15}{4\beta^2} - \left(\frac{3}{2\beta} \right)^2 = \frac{3}{2\beta^2} = \frac{3}{2} T^2 \quad (21)$$