

מבחן במבוא לכבידה

משך המבחן שלוש שעות בלבד. יש לענות על כל השאלות.
מספר הנקודות המוענק עבור תשובה נכונה מצויין בסוגריים ליד כל סעיף.

בהצלחה!

חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. מצורפים דפי נוסחאות.

1.

השאלה עוסקת בגבול הניוטוני של מערכת מסתובבת.

המטריקה של מערכת מסתובבת במרחב שטוח נתונה ע"י:

$$ds^2 = -[1 - \Omega^2(x^2 + y^2)]dt^2 + 2\Omega(ydx - xdy)dt + dx^2 + dy^2 + dz^2$$

(5) א. מהו ציר הסיבוב של המערכת? נמקו את תשובתכם.

(10) ב. חשבו את סמלי קריסטופל של המטריקה.

(10) ג. רשמו את המשוואות הגאודזיות במרחב זה.

(15) ד. הראו כי בגבול הלא יחסותי, המשוואות מסעיף ג' מתארות גוף שעליו פועלים כוחות

צנטריפוגליים וכוח קוריאוליס.

2.

השאלה עוסקת בתנועה של חללית במסה m מסביב לכוכב במסה M . כדי לפתור את השאלה יש לזכור כי גופים

שפועלים עליהם כוחות אינם נעים על עקומות גיאודזיות.

(10) א. מהי המשוואה אותה מקיים גוף חומרי עליו פועל ארבע-כוח חיצוני f^μ .

(5) ב. חשבו את הכוח הדרוש כדי שהחללית תישאר במנוחה ברדיוס R .

(10) ג. חשבו את הכוח הדרוש כדי שהחללית תנוע במהירות זוויתית קבועה Ω במסלול מעגלי ברדיוס R .

3.

השאלה עוסקת בפרצסיה של גירוסקופ בגיאומטרית שוורצשילד. גירוסקופ מאפיין על ידי ווקטור סיבוב

דמוי-מרחב s^μ בעל יחידות של תנע זוויתי ועל ידי ווקטור מהירות u^μ . כאשר מרכז המסה של הגירוסקופ

$$s^\mu = (0, \vec{s})$$

(5) א. הראו כי $s \cdot u = 0$.

(10) ב. משוואת הגירוסקופ מבטאת את העובדה כי s קבוע לאורך עקומה גיאודזית $\nabla_u s = u^\alpha \nabla_\alpha s^\beta = 0$. כתבו את

המשוואה במפורש כמשוואה דיפרנציאלית בזמן עצמי τ באמצעות סמלי קריסטופל של מטריקת שוורצשילד.

כעת הניחו כי הגירוסקופ נע במסלול נפילה חופשית מעגלי ברדיוס R על קו המשווה של גיאומטריית שוורצשילד

$$s^\mu = (0, s_*, 0, 0)$$

(10) ג. בטאו את ווקטור המהירות u^μ באמצעות הפרמטרים בבעיה.

(10) ד. כתבו במפורש את המשוואות $\nabla_u s = 0$. הדרכה: הראו כי S^θ מתאפס וכי ניתן לבטא את S^t באמצעות S^ϕ .

(10) ה. פתרו את המשוואות שקיבלתם בסעיף ד' עם תנאי ההתחלה הנתונים.

(20) ו. מהי תדירות הפרצסיה ומהי זווית הפרצסיה להקפה? חשבו את ערכה המספרי של הפרצסיה להקפה במסלול

בגובה 642 ק"מ מעל פני כדור הארץ והשוו לערך 0.0018 מעלה שנמדד ע"י הלווין Gravity Probe B.