השתמש בזהויות

$$\cos\theta = \frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2} \quad , \quad \sin\theta = \frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}$$

בכדי להוכיח את הזהות הטריגונומטרית הבאה:

$$a\cos\theta + b\sin\theta = c\cos(\theta+\phi)$$

כאשר a, b, c, ϕ קבועים ממשיים.
בטא את c, ϕ בעזרת a, b.

$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$

$+$

$e^{-i\theta} = \cos(\theta) - i\sin\theta$

$e^{i\theta} + e^{-i\theta} = 2\cos\theta$

$e^{i\theta} - e^{-i\theta} = 2i\sin\theta$

$$a\cos\theta + b\sin\theta = c\cos(\theta + \varphi)$$

? a, b $\qquad$ c, φ

$$a\,\frac{1}{2}\left(e^{i\theta} + e^{-i\theta}\right) + b\,\frac{1}{2}(-i)\left(e^{i\theta} - e^{-i\theta}\right)$$

$$e^{i\theta}\,\frac{1}{2}\underbrace{(a - bi)} + e^{-i\theta}\cdot\frac{1}{2}\underbrace{(a + bi)}$$

$$e^{i\theta}\cdot\frac{1}{2}\,r e^{i\alpha} + e^{-i\theta}\cdot 1$$

$$\underbrace{a - bi} = \underbrace{r e^{i\alpha}}$$

$$r^2 = a^2 + b^2$$

$$\tan\alpha = \frac{-b}{a}$$